Minnal kalviseithi

பள்ளிக்கல்வித்துறை

விழுப்புரம் மாவட்டம்

பத்தாம் வகுப்பு

கணிதம்

Minnal kalviseithi

குறைக்கப்பட்ட பாடத்திட்டம்

வினா – விடை வங்கி

செப்டம்பர் 2021 வினாவுடன்

2021 – 2022

வாழ்த்துகளுடன்

திருமதி. K. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A., B.Ed.,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்
விழுப்புரம் மாவட்டம்

தன்னம்பிக்கை + விடாமுயற்சி + கடின உழைப்பு = வெற்றி

"The Struggle you're in Today will definitely develop the strength you need for Tomorrow"

வாழ்த்துச் செய்தி

அன்புடையீர் வணக்கம்!

2020 – 2021 ம் கல்வி ஆண்டில் பத்தாம் வகுப்பு பொது தேர்வு எழுதவிருக்கும் அனைத்து மாணவர்களும் சிறப்பான முறையில் தேர்ச்சி பெற அயராது உழைத்துக் கொண்டிருக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது இதய பூர்வமான நன்றியை தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

முன்னெச்சரிக்கை நடவடிக்கைகளுடன் "கொரோனா தொற்றுநோய்" காலகட்டத்திலும் மீத்திறன் மிக்க மாணவர்களையும், மெல்ல கற்கும் மாணவர்களையும் தங்கள் நிலையில் இருந்து முன்னேற்றம் அடைய அதிகபட்ச அக்கறை எடுத்துக் கொள்ளும் அனைத்து ஆசிரியர்களுக்கும் எனது வாழ்த்துக்களை கூறி கொள்வதில் பெருமைக்கொள்கிறேன்.

மாநில அளவில் விழுப்புரம் மாவட்டத்தின் பத்தாம் வகுப்பு தேர்ச்சி சதவீதத்தை உயர்த்துவதே நமது பிராதன நோக்கம் ஆகும். "சேவை மனப்பான்மையுடனும் அர்பணிப்பு உணர்வுடனும் பணியாற்றும் ஒரு ஆசிரியர் என்றும் கடவுளால் ஆசிர்வதிக்கப்படுவார் என்பது என்னுடைய கருத்து"

ஆதலால் பத்தாம் வகுப்பு எடுக்கும் அனைத்து ஆசிரியர்களும் ஏழை, ஆதரவற்ற, ஒடுக்கப்பட்ட, கிராமப்புற மாணவர்களின் நலன் மற்றும் முன்னேற்றம் கருதி அதிக நேரம் ஒதுக்கி அவர்களுடைய வாழ்க்கையில் ஒளியேற்ற வேண்டுமாய் கேட்டுக்கொள்கிறேன்.

வாழ்த்துக்களுடன்

திருமதி. K. கிருஷ்ணப்பிரியா, B.Sc., M.A., B.Ed.,
முதன்மைக் கல்வி அலுவலர்
விழுப்புரம் மாவட்டம்

பள்ளிக்கல்வித்துறை விழுப்புரம் மாவட்டம்

10ம் வகுப்பு குறைக்கப்பட்ட கணித பாடத்திட்டம்

2020 – 2021

இயல்/ Chapter	எடுத்துக்காட்டு (Example)	பயிற்சி (Exercise)	One Marks
1	Eg. 1.1 – 1.5	Ex.1.1,1.2	Ex. 1.6 Q.No. 1 – 7
2	Eg. 2.1 – 2.10 & 2.19 – 2.30	Ex. 2.1, 2.2, 2.4, 2.5	Ex. 2.10 Q.No.1 – 5 & 7-10
3	Eg. 3.1 – 3.46 & 3.51 – 3.55	Ex.3.1 – 3.14 & 3.16	Ex. 3.20 Q.No. 1 – 13
4	Eg. 4.1 – 4.34 & Theorem 1, 3 & 5 With proof , Converse of BPT, Converse of ABT, Converse of Phythagorous, Tangent Chord Theorem.(Only Statement, Without Proof)	Ex.4.1 – 4.4	Ex. 4.5 Q.No. 1 – 15
5	Eg.5.1 – 5.29	Ex. 5.1 - 5.3	Ex. 5.5 Q.No.1 – 9 & 12 - 15
6	Eg. 6.18 – 6.33	Ex. 6.2 - 6.4	Ex. 6.5 Q.No.10 - 15
7	Eg. 7.1 – 7.28	Ex. 7.1 – 7.3	Ex. 7.5 Q.No. 1 – 15
8	Eg. 8.17 – 8.25 & Eg. 8.27, 8.31	Ex. 8.3 Ex. 8.4 Q.No. : 2(i), (ii), 3, 5 & 7	Ex. 8.5 Q.No. 9 - 15

Minnal kalviseithi

BLUEPRINT

வ. எண்	பாடப்பொருள்	Page No.	1m	2m	5m	8m
1	உறவுகளும் சார்புகளும்	1 – 8	1	2	1	-
2	எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்	8 -16	2	2	2	-
3	இயற்கணிதம்	17 – 45	2	2	1	1
4	வடிவியல்	46 – 65	1	1	1	1
5	ஆயத்தொலை வடிவியல்	65 – 83	2	2	2	-
6	முக்கோணவியல்	83 - 85	1	1	-	-
7	அளவியல்	85 – 89	2	1	1	-
8	நிகழ்தகவு	90 – 98	1	1	1	-
	மொத்தம்		12	12	9	2

TOTAL MARKS

12 x 1Mark = 12

12 x 2Marks = 24

9 x 5Marks = 45

2 x 8Marks = 16

Total = 97 Marks

PREFACE

This material has been prepared in accordance with the reduced syllabus announced by the government of Tamilnadu during the period of the pandemic disease caused by the Corona virus. I am very happy to inform you that by practicing all the problems in this material thoroughly will definitely make the students to score more than 80 percentage of marks in Mathematics in the public examination. I'm in a position to express my hearty gratitude to our respected CEO madam and DEO sir for having encouraged my serious attempt to prepare this material for the welfare of the students. Constructive criticisms and valuable suggestions are always welcome.

Thanking you,

A. SIVAMOORTHY, **M.Sc, M.Phil., B.Ed.,**
B.T. Asst., Government High School,
Perumpakkam / Villupuram District
9080961984, 9750827997

CHAPTER – 1

உறவுகளும் சார்புகளும்

EXAMPLE 1.1

If A = {1,3,5}, B = {2,3} எனில் (i) A X B மற்றும் B X A –ஐ காண்க. (ii) A X B = B X A? ஆகுமா ? இல்லையெனில் ஏன் ? (iii) n(A×B) = n(B×A) = n(A)× n(B) எனக் காட்டுக.

தீர்வு A = {1, 3, 5}மற்றும் B = {2, 3} கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

(i) A X B = {1, 3, 5} x {2x 3} = {(1,2), (1,3), (3,2), (3,3), (5,2), (5,3)} ………(1)

B X A = {2x 3} x {1, 3, 5} = {(2,1), (2,3), (2,5), (3,1), (3,3), (3,5)} ………(2)

(ii) (1) மற்றும் (2) –ன் மூலமாக A x B ≠ B x A ஏனெனில் (1,2) ≠ (2,1) and (1,3) ≠ (3,1)…

(iii) n(A) = 3 ; n(B) = 2

(1) மற்றும் (2) –லிருந்து நாம் காண்பது, n(A x B) = n(B x A) = 6;

n(A) x n(B) = 3 x 2 = 6

ஆகவே, n(A x B) = n(B x A) = n(A) x n(B).

EXAMPLE 1.2

A×B = {(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)} எனில் A மற்றும் B –ஐ காண்க.

தீர்வு A×B = {(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)}

A = { A×B –யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, A = {3, 5} B = {

A×B –யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, B={2, 4}

எனவே, A = {3, 5} மற்றும் B={2, 4}

EXAMPLE 1.3

A = { $x \in \mathbb{N}$ | $1 < x < 4$}, B = {$x \in \mathbb{W}$ |$0 \leq x < 2$} மற்றும் C = { $x \in \mathbb{N}$ |$x < 3$} என்க.

(i) **A X (B ∪ C) = $(A\,X\,B) \cup (A\,X\,C)$**

(ii) **A X (B ∩ C) = $(A\,X\,B) \cap (A\,X\,C)$**

தீர்வு A = { $x \in \mathbb{N}$ | $1 < x < 4$} = {2, 3},

B = {$x \in \mathbb{W}$ |$0 \leq x < 2$} = {0, 1},

C= { $x \in \mathbb{N}$ |$x < 3$} = {1, 2}

(i) A X (B ∪ C) = $(A\,X\,B) \cup (A\,X\,C)$

B∪C = {0,1 } ∪{ 1 ,2} = { 0, 1, 2}

A x (B ∪ C) = {2, 3} x {0, 1, 2}

= {(2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1), (3,2)} → (1)

A x B = {2, 3} x {0, 1}

= {(2,0), (2,1), (3, 0), (3, 1)}

A x C = {2, 3} x {1, 2}

= {(2,1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)}

(A x B) ∪ (A x C) = { (2,0), (2,1), (3, 0), (3,1) } ∪ {(2,1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)}

= { (2,0), (2,1), (2, 2), (3,0) , (3, 1), (3, 2)} → (2)

(1) = (2) ∴ A X (B ∪ C) = $(A\ X\ B) \cup (A\ X\ C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

(ii) A X (B ∩ C) = $(A\ X\ B) \cap (A\ X\ C)$

B ∩ C = {0,1 } ∩ {1, 2} = {1}

A x (B ∩ C) = {2,3 } ×{1}

= {(2,1), (3,1)} → (1)

$A\ X\ B$ = {2, 3} x {0,1}

= {(2,0), (2,1), (3,0), (3,1)}

$A\ X\ C$ = {2, 3} x {1,2}

= {(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)}

$(A\ X\ B) \cap (A\ X\ C)$ = {(2,0), (2,1), (3,0), (3,1)} ∩{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)}

= {(2,1), (3,1)} → (2)

(1) = (2) ∴ A X (B ∩ C) = $(A\ X\ B) \cap (A\ X\ C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

EXERCISE 1.1

1. **பின்வருவனவற்றிற்கு A x B, A x A மற்றும் B x A ஐக் காண்க.**

(i) A = {2, -2, 3} மற்றும் B={1, -4} (ii) A = B = {p, q} (iii) A = {m, n} ; B = ϕ

தீர்வு

(i) A x B = {2, -2, 3} x{1, -4}

= {(2,1), (2, -4), (-2,1), (-2, -4), (3, 1), (3,-4)}

A x A = {2,-2,3}x{2,-2,3}

={(2, 2),(2, -2),(2,3),(-2, 2),(-2, -2),(-2, 3),(3, 2),(3,-2), (3,3)}

B x A = {1, -4} x {2, -2, 3}

= {(1,2), (1,-2), (1,3), (-4,2), (-4,-2), (-4,3)}

(ii) Given A = B = {p, q}

A x B = {p, q}x {p, q}= {(p, p), (p, q), (q, p),(q ,q)}

A x A = {p, q}x {p, q}={(p, p), (p, q), (q, p),(q ,q)}

B x A = {p, q}x {p, q}= {(p, p), (p, q), (q, p),(q ,q)}

(iii) A = {m, n}, B = ϕ A x B = {(m, n) x { } = { }

A x A = {(m, n) } x {m, n}

= {(m, m), (m, n), (n, m), (n,n)}

B x A = { } x {m, n} = { }

2. **A = {1, 2, 3} மற்றும் B = { x |x என்பது 10–ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில் A x B மற்றும் B x A ஆகியவற்றைக் காண்க.**

தீர்வு A = {1, 2, 3} B = {2, 3, 5, 7}

A x B ={1,2,3}x{2,3,5,7}

={(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),(3,3),(3,5),(3,7)}

B x A ={2,3,5,7}x{1,2,3}

={(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3),(5,1),(5,2),(5,3),(7,1),(7,2),(7,3)}

3. **B x A={(-2, 3), (-2, 4), (0,3), (0,4), (3,3), (3,4)} எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.**

<u>**தீர்வு**</u> A = { A×B –யின் முதல் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, A = {3, 4}

B = { A×B –யின் இரண்டாம் ஆயத்தொலைவு உறுப்புகளின் கணம்}. எனவே, B={-2,0, 3}

எனவே, A = {3,4} B = {-2, 0,3}

4. **A = {5,6}, B={4,5,6}, C={5,6,7} எனில் A x A = (B x B) ∩ (C x C) எனக் காட்டுக.**

<u>**தீர்வு**</u> A = {5,6}, B = {4,5,6}, C = {5,6,7}

LHS : A x A = {5,6} x {5,6}

= {(5,5), (5,6), (6,5), (6,6)} ---------- (1)

RHS = (B x B) ∩ (C x C).

B x B = {4,5,6} x {4,5,6}

= {(4,4), (4,5), (4,6), (5,4), (5,5), (5,6), (6,4), (6,5), (6,6)}

C x C = {5,6,7} x {5,6,7}

= {(5,5), (5,6), (5,7), (6,5), (6,6), (6,7), (7,5), (7,6), (7,7)}

∴ (B x B) ∩ (C x C) = { (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)} ---------- (2)

∴ (1) = (2). LHS = RHS.

5. **A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 5}, C={3,4} மற்றும் D = {1, 3, 5}, எனில்**

$(A \cap C)$ x $(B \cap D) = (A\ X\ B) \cap (C\ X\ D)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

<u>**தீர்வு**</u>

$A \cap C$ = { 3} , $B \cap D$ = {3, 5}

$(A \cap C)$ x $(B \cap D)$ = {3 } x {3, 5}

= {(3, 3), (3, 5)} → (1)

A x B = {1, 2, 3} x {2, 3, 5}

={(1, 2),(1, 3), (1,5), (2, 2), (2, 3),(2, 5),(3, 2), (3, 3),(3, 5)}

C x D = {3, 4} x {1, 3, 5}

= {(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}

(A x B) ∩ (C x D) = {(3, 3), (3, 5)} → (2)

(1) = (2) are equal . ∴$(A \cap C)$ x $(B \cap D) = (A\ X\ B) \cap (C\ X\ D)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

6. **A = {x ϵ W / x < 2}, B = {x ϵ N / 1< x ≤ 4} மற்றும் C = {3,5} எனில், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.**

(i) A x (B∪C)= (A x B) ∪ (A x C) (ii) A x (B∩C) = (A x B) ∩ (A x C)

(iii) **$(A \cup B) \times C$ = (A x C) ∪ (B x C)**

<u>தீர்வு</u> $A = \{x \in W / x < 2\} \Rightarrow A = \{0,1\}$

$B = \{x \in N / 1 < x \leq 4\} \Rightarrow B = \{2, 3, 4\}$

$C = \{3, 5\}$

(i) A x (B∪C) = (A x B) ∪ (A x C) .

$B \cup C = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 5\}$

$B \cup C = \{2, 3, 4, 5\}$

$A \times (B \cup C) = \{0,1\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5)\}$ ------- (1)

$A \times B = \{0,1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0,2), (0,3), (0,4), (1,2), (1,3), (1,4)\}$

$A \times C = \{0,1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$\therefore (A \times B) \cup (A \times C) = \{(0,2), (0,3), (0,4), (0,5), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5)\}$ ------- (2)

$\therefore (1) = (2)$. என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

(ii) A x (B∩C) = (A x B) ∩ (A x C)

$B \cap C = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 5\}$

$= \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0,3), (1,3)\}$ ------- (1)

$A \times B = \{0,1\} \times \{2, 3, 4\}$

$= \{(0,2), (0,3), (0,4), (1,2), (1,3), (1,4)\}$

$A \times C = \{0,1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(0,3), (1,3)\}$ ------- (2)

$\therefore (1) = (2)$. என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

(iii) (A∪ B) × C = (A x C) ∪ (B x C)

$A \cup B = \{0,1\} \cup \{2, 3, 4\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$\therefore (A \cup B) \times C = \{0, 1, 2, 3, 4\} \times \{3,5\}$

$= \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5), (2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\} \ldots (1)$

$A \times C = \{0,1\} \times \{3, 5\}$

$= \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5)\}$

$B \times C = \{2, 3, 4\} \times \{3, 5\}$

$= \{(2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\}$

$\therefore (A \times C) \cup (B \times C) = \{(0,3), (0,5), (1,3), (1,5), (2,3), (2,5), (3,3), (3,5), (4,3), (4,5)\} \ldots (2)$

$\therefore (1) = (2)$ LHS = RHS.

7. **A என்பது 8–ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8–ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க (i) $(A\cap B)\times C=(A \times C)\cap(B \times C)$**

(ii) $A \times (B - C)=(A \times B)-(A \times C)$

<u>தீர்வு</u> $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ $B = \{2, 3, 5, 7\}$ $C = \{2\}$

(i) $(A\cap B)\times C=(A \times C)\cap(B \times C)$

$A\cap B =\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\cap \{2, 3, 5, 7\}$

$= \{2, 3, 5, 7\}$

$(A\cap B) \times C = \{2, 3, 5, 7\} \times\{2\}$

$\therefore (A\cap B) \times C = \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)\}$ ……………(1)

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{2\}$

$= \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (7,2)\}$

$B \times C =\{2, 3, 5, 7\} \times \{2\}$

$= \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)\}$

$(A \times C)\cap(B \times C) = \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)\}$ ……… (2)

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து , LHS = RHS.

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

$B - C = \{2, 3, 5, 7\} - \{2\} = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \times \{3, 5, 7\}$

$=\{(1,3),(1,5),(1,7),(2,3),(2,5),(2,7),(3,3),(3,5),(3,7),(4,3),(4,5), (4,7),$
$(5,3), (5,5), (5,7), (6,3), (6,5), (6,7), (7,3), (7,5), (7,7)\}$ $\rightarrow$ (1)

$A \times B = \{1,2,3,4,5,6,7\} \times \{2,3,5,7\}$

$=\{(1,2),(1,3),(1,5),(1,7),(2,2),(2,3),(2,5),(2,7),(3,2),(3,3),(3,5),(3,7),(4,2),(4,3),(4,5),$
$(4,7),(5,2),(5,3),(5,5),(5,7),(6,2),(6,3),(6,5),(6,7),(7,2),(7,3),(7,5),(7,7)\}$

$A \times C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}\times\{2\} = \{(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1,3),(1,5),(1,7),(2,3),(2,5),(2,7),(3,3),(3,5),(3,7),(4,3), (4,5),(4,7),$
$(5,3),(5,5), (5,7),(6,3),(6,5),(6,7),(7,3),(7,5),(7,7)\}$ $\rightarrow$ (5)

(1) = (2) . $\therefore A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது

<u>EXAMPLE 1.4</u>

A={3,4,7,8} மற்றும் B = {1,7,10} எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A –லிருந்து – B க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கின்றது ?

(i) $R_1 = \{(3,7), (4,7), (7,10), (8,1)\}$ (ii) $R_2= \{(3,1), (4,12)\}$

(iii) $R_3 = \{(3,7), (4,10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8,10)\}$

<u>தீர்வு</u> $A \times B = \{(3,1),(3,7),(3,10),(4,1),(4,7),(4,10),(7,1), (7,7), (7,10), (8,1), (8,7), (8,10) \}$

(i) $R_1 \subseteq A \times B$ என்பதைக் காணலாம். எனவே, R_1 என்பது A –லிருந்து B–க்கு ஆன உறவு ஆகும்.

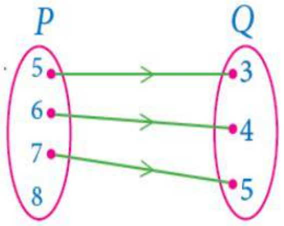
(ii) இங்கு, (4, 12) $\in R_2$, ஆனால் (4,12) $\notin$ A x B. எனவே, R_2 ஆனது A –லிருந்து B–க்கு ஆன உறவு இல்லை.

(iii) இங்கு, (7, 8) $\in R_3$, ஆனால் (7,8) $\notin$ A x B. எனவே, R_3 ஆனது A –லிருந்து B–க்கு ஆன உறவு இல்லை.

EXAMPLE 1.5

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள (படம்) அம்புக்குறி படமானது P மற்றும்Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை (i) கணகட்டமைப்பு முறை (ii) பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. (iii) R–ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக்காண்க.

தீர்வு



(i) R யின் கணகட்டமைப்பு முறை = {(x,y) | y = x – 2, x $\in$ P, y $\in$ Q}

(ii) R யின் பட்டியல் முறை = {(5,3), (6,4), (7,5)}

(iii) R யின் மதிப்பகம் = {5,6,7} மற்றும் R யின் வீச்சகம் = {3,4,5}

EXERCISE 1.2

1. A = {1,2,3,7} மற்றும் B= {3,0,-1,7} எனில், பின்வருவனவற்றில் எவை A –லிருந்து B–க்கான உறவுகளாகும்? (i) R_1 = {(2,1),(7,1)} (ii) R_2 = {(-1,1)} (iii) R_3 = {(2,-1), (7,7), (1,3)} (iv)R_4={(7,-1),(0,3), (3,3),(0,7)}

தீர்வு A = {1,2,3,7} and B = {3,0,-1,7}

∴ A x B ={(1,3),(1,0), (1,-1), (1,7), (2,3), (2,0), (2,-1), (2,7), (3,3), (3,0), (3,-1), (3,7), (7,3), (7,0), (7,-1), (7,7)}

i) R_1 = {(2,1), (7,1)}, (2,1) $\in R_1$ ஆனால் (2, 1) $\notin$ A x B,

∴ R_1 ஒரு உறவு அல்ல.

ii) R_2 = {(-1,1)}, (-1,1) $\in R_2$ ஆனால் (-1, 1) $\notin$ A x B,

∴ R_2 ஒரு உறவு அல்ல.

iii) R_3 = {(2,-1), (7,7), (1,3)} $R_3 \subseteq$ A x B

∴ R_3 ஒரு உறவு.

iv) R_4 = {(7,-1), (0,3), (3,3), (0,7)} , (0,3), (0,7) $\in R_4$ என்பது A x B ல் உறுப்பு அல்ல.

∴ R_4 ஒரு உறவு அல்ல

2. A={1,2,3,4,...,45}மற்றும் R என்ற உறவு “A – யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்” என வரையறுக்கப்பட்டால் R –ஐ A x A – யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R-க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு A = {1,2,3,….,45}

R = {(1,1), (2,4), (3,9), (4,16), (5,25), (6,36)}

R ஆனது A x A யின் உட்கணம் என்பது தெளிவாகிறது.

∴ மதிப்பகம் = {1,2,3,4,5,6} வீச்சகம் = {1,4,9,16,25,36}

3. **R என்ற ஒரு உறவு {(x, y) / y = x + 3 , x ∈{0,1, 2,3,4,5} எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.**

<u>தீர்வு</u>

$x = \{0,1,2,3,4,5\}$

$f(x) = y = x + 3 \quad f(0) = 3; f(1) = 4 ; f(2) = 5 ; f(3) = 6 ; f(4) = 7 ; f(5) = 8$

$\therefore R = \{(0,3),(1,4),(2,5),(3,6),(4,7),(5,8)\}$ மதிப்பகம் = $\{0,1,2,3,4,5\}$

வீச்சகம் = $\{3,4,5,6,7,8\}$

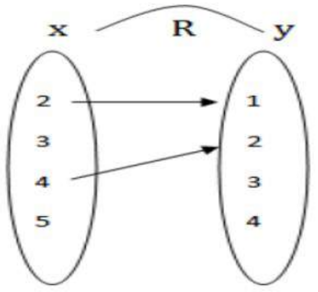
4. **கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க. (i) {(x,y)|x = 2y, x ∈ {2,3,4,5}, y ∈ {1,2,3,4}(ii) {(x,y)|y=x+3, x,y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10}**

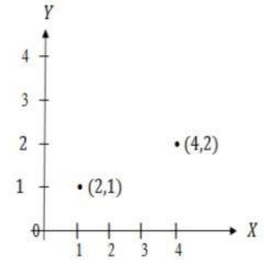
<u>தீர்வு</u> $\{(x,y)|x = 2y, x \in \{2,3,4,5\}, y \in \{1,2,3,4\}$

$x = 2y$

$f(x) = \frac{x}{2}; \; f(2) = \frac{2}{2} = 1 ; f(3) = \frac{3}{2} ; f(4) = \frac{4}{2} = 2 ; f(5) = \frac{5}{2}$

(1)அம்புக்குறி படம் **(2) வரைபடம்** **(3) வரிசை சோடி**



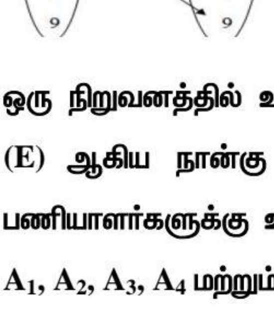


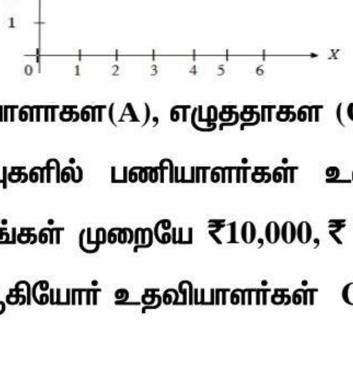
{ (2,1),(4,2) }

(ii) {(x,y)|y=x+3, x,y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10}

$f(x) = x + 3 ; \; f(1) = 4; f(2) = 5 ; f(3) = 6 ; f(4) = 7 ; f(5) = 8 ; f(6) =9$

(1)அம்புக்குறி படம் **(2) வரைபடம்** **(3) வரிசை சோடி**





{(1,4),(2,5),(3,6),(4,7), (5,8), (6,9)}

5. **ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளாகள(A), எழுததாகள (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹ 25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள் C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1,**

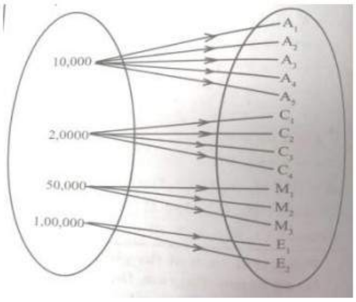
M_2, M_3 ஆகியோா் மேலாளா்கள் மற்றும் E_1, E_2ஆகியோா் நிவாகிகள் ஆவா். xRy என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதிய எனில் R –எ.ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குறி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

<u>தீர்வு</u>

a) **வரிசை சோடி**:

{(10000, A_1), (10000, A_2), (10000, A_3), (10000, A_4), (10000, A_5) (25000, C_1), (25000, C_2), (25000, C_3), (25000, C_4), (50000, M_1), (50000, M_2), (50000, M_3) (100000, E_1), (100000, E_2)}

b) **அம்புக்குறி படம்**



<u>EXERCISE 1.6</u>

1. n(AxB) = 6 மற்றும் A = {1,3} எனில் n(B)ஆனது
   (அ) 1 (ஆ) 2 **(இ) 3** (ஈ) 6

2. A ={a,b,p}, B ={2, 3}, C ={p,q,r,s}, எனில் , n[(A∪C)xB]ஆனது
   (அ) 8 (ஆ) 20 **(இ) 12** (ஈ) 16

3. A={1,2}, B = {1,2,3,4}, C ={5,6} மற்றும் D={5,6,7,8} எனில், கீழே கொடுக்கப்பட்ட வைகளில் எது சரியான கூற்று
   (அ)**(A x C) ⊂(B x D)** (ஆ) (B x D)⊂(A x C) (இ) (Ax B) ⊂(A x D) (ஈ) (DxA) ⊂(B x A)

4. A ={1, 2,3,4,5} –லிருந்து , B என்ற கணத்திற் கு1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் , B ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
   (அ) 3 **(ஆ) 2** (இ) 4 (ஈ) **8**

5. R={(x, x^2) | x ஆனது 13–ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்} என்ற உறவின் வீச்சகமானது
   (அ) { 2, 3, 4, 5,7} (ஆ) {2, 3, 5, 7, 11} (இ) **{4, 9, 25,49,121}** (D){1,4,9,25, 49,121}

6. (a+2, 4) மற்றும் **(5, 2**a + b **)**ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a,b) என்பது
   (அ) (2,-2) (ஆ) (5, 1) (இ) (2, 3) (ஈ) **(3, -2)**

7. n(A) = m மற்றும் n(B) = n என்க. A–யிலிருந்து B–க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை .
   (அ) m^n (ஆ) n^m **(இ) 2^{mn} -1** (ஈ) 2^{mn}

CHAPTER – 2

எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

EXAMPLE 2.4

210 மற்றும் 55 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியை 55x - 325, என்ற வடிவில் எழுதினால் x – யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திக் கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்கு மீ.பொ.வ காண்போம்.

$210 = 55 \times 3 + 45$

$55 = 45 \times 1 + 10$

$45 = 10 \times 4 + 5$

$10 = 5 \times 2 + 0$

மீதி = 0

ஆகவே, கடைசி படிநிலையின் வகுத்தி 5 ஆனது 210 மற்றும் 55–யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தியாகும்.

மீப்பெரு பொது வகுத்தியை $55x - 325 = 5$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால்.

$55x = 330$

$x = 6$

EXAMPLE 2.6

396,504,636 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட மூன்று எண்களின் மீ.பொ.வ. காண, நாம் முதலில் முதல் இரு எண்களின் மீ.பொ.வ. காண்போம்.

396 மற்றும் 504 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ. காண, யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது,

$504 = 396 \times 1 + 108$ இங்கு மீதி $108 \neq 0$

$396 = 108 \times 3 + 72$ இங்கு மீதி $72 \neq 0$

$108 = 72 \times 1 + 36$ இங்கு மீதி $36 \neq 0$

$72 = 36 \times 2 + 0$ இங்கு மீதி = 0.

எனவே, 396 மற்றும் 504 – யின் மீ.பொ.வ. 36 ஆகும்.

636 மற்றும் 36–யின் மீ.பொ.வ. காண, யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது

$636 = 36 \times 17 + 24$ இங்கு மீதி $24 \neq 0$

$36 = 24 \times 1 + 12$ இங்கு மீதி $12 \neq 0$

$24 = 12 \times 2 + 0$ இங்கு மீதி 0.

எனவே 636 மற்றும் 36–யின் மீ.பொ.வ = 12.

எனவே, 396, 504 மற்றும் 636 –யின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி 12 ஆகும்.

EXERCISE 2.1

1. **a,b மற்றும் c என்ற மிகை முழுக்களை 13 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9,7 மற்றும் 10 எனில் a +b+c ஆனது 13 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.**

தீர்வு

$a = 13q_1 + 9;\ b = 13q_2 + 7\ ;\ c = 13q_3 + 10$

$a + b + c = 13q_1 + 9 + 13q_2 + 7 + 13q_3 + 10$

$= 13\ (q_1 + q_2 + q_3\ ) + 26 = 13\ (q_1 + q_2 + q_3 + 2\ )$

$= 13q + 0$, இங்கு $q = q_1 + q_2 + q_3 + 2$, மீதி $r = 0$

$\therefore a + b + c$, 13 ஆல் வகுபடும்

2. **யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையை பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.**

(i) 340 மற்றும் 412 (ii) 867 மற்றும் 255 (iii) 10224 மற்றும் 9648

(iv) 84, 90 மற்றும்120

தீர்வு **i)** 340 மற்றும் 412 –க்கு மீ.பொ.வ. காண வேண்டும்

$412 = 340(1) + 72$

$340 = 72(4) +52$

$72 = 52(1) + 20$

$52 = 20(2) +12$

$20 = 12(1) + 8$

$12 = 8(1) + 4$

$7\ \ = 4(2) + 0$

கடைசி வகுத்தி **4** எனில் மீதி = **0.** மீ.பொ.வ = **4**

ii) 867 மற்றும் 255

$867 = 255\ (3) +102$

$255 = 102(2) + 51$

$102 = 51(2)\ + 0$. மீ.பொ.வ = **51**

iii) 10224 மற்றும் 9648

$10224 = 9648\ (1) + 576$

$9648 = 576\ (16) + 432$

$576 = 432(1) + 144$

$432 = 144(3) + 0$. மீ.பொ.வ = **144**

iv) 84,**90** மற்றும்**120**

யூக்ளிடின் தேற்றப்படி $a = bq + r$

$90 = 84q + r \quad (b\neq 0)$

$90 = 84x1+ 6 \ \Longrightarrow 84 = 6\ x14 + 0$

$\therefore$84, 90 ன் மீ.பொ.வ = 6.

மேலும் 120, 6ன் மீ.பொ.வ கான $120 = 6 \times 20 + 0$

$\therefore 84, 90, 120$ ன் மீ.பொ.வ $= 6$

3. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க. $d = 32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> யூக்ளிடின் தேற்றப்படி $a = bq+r$

$60 = 32 \times 1 + 28 \Rightarrow 32 = 28 \times 1 + 4$

$28 = 4 \times 7 + 0$ $\therefore 32, 60$ ன் மீ.பொ.வ $= 4$

அதாவது $d=4$. மேலும் $d = 32x + 60y \Rightarrow 4 = 32x + 60y$

$4 = 32(2) + 60(-1) \Rightarrow$ $\therefore x = 2, y = -1$ ஆகும்

4. ஒரு மிகை முழுவை 88 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி 61 கிடைக்கிறது. அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> வகுபடும் எண் a என்க, வகுக்கும் எண் = **88**, மீதி = **61**

$\Rightarrow a = 88q + 61$

$a = 88q + 55 + 6$

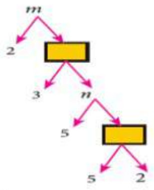
$= 11(8q+5) + 6$ (**11** ஆல் வகுபடும்)

தேவையான மீதி = **6**

<u>EXAMPLE 2.7</u>

கொடுக்கப்பட்ட காரணி பிரித்தலில், m மற்றும் n என்ற எண்களைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>



கீழிருந்து முதல் பெட்டியின் மதிப்பு = **5** $\times 2 = 10$

n – யின் மதிப்பு = **5** $\times 10 = 50$

கீழிருந்து இரண்டாம் பெட்டியின் மதிப்பு = **3** $\times 50 = 150$

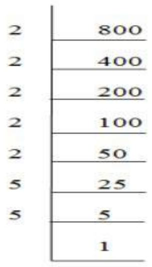
m – யின் மதிப்பு = **2** $\times 150 = 300$

ஆகவே, தேவையான எண்கள் $m = 300, n = 50$

<u>EXAMPLE 2.10</u>

$a^b \times b^a = 800$ என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் a மற்றும் b ஐ காண்க.

<u>தீர்வு</u> $800 = a^b \times b^a$



$800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$= 2^5 \times 5^2$

$\therefore a = 2, b = 5$ (அ) $a = 5, b = 2$

EXERCISE 2.2

1. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ. காண்க.

தீர்வு $252525 = 3 \times 5^2 \times 7 \times 13 \times 37$

$363636 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13 \times 37$

2	363636
2	181818
3	90909
3	30303
3	10101
7	3367
13	481
37	37
	1

5	252525
5	50505
3	10101
7	3367
13	481
37	37
	1

252525 மற்றும் 363636 ன்

மீ.பொ.வ. = $3 \times 7 \times 13 \times 37 = 10101$.

2. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் a மற்றும் b யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு $\Rightarrow 13824 = 2^9 \times 3^3$

$\therefore a = 9, b = 3$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

3. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு, P_1, P_2, P_3, P_4 என்பன ஏறு வரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் P_1, P_2, P_3, P_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு $113400 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$

$\therefore P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 5, P_4 = 7$

$x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 1$

2	113400
2	56700
2	28350
3	14175
3	4725
3	1575
3	525
5	175
5	35
7	7
	1

4. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ. காண்க.

தீர்வு $408 = 2^3 \times 3 \times 17$

$170 = 2 \times 5 \times 17$

408 &170 -ன் மீ.பொ.வ. = $2 \times 17 = 34$

408 &170 -ன் மீ.சி .ம. = $2^3 \times 3 \times 5 \times 17 = 2040$

2	408
2	204
2	102
3	51
	17

2	170
5	85
	17

EXAMPLE 2.21

ஒரு தொடர்வரிசையின் பொது உறுப்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது,

$a_n = \begin{cases} n(n+3); n \in \mathbb{N} & \text{ஓர் ஒற்றை எண்} \\ n^2 + 1 ; n \in \mathbb{N} & \text{ஓர் இரட்டை எண்} \end{cases}$ **11–வது உறுப்பு மற்றும் 18–வது உறுப்புக் காண்க.**

தீர்வு n = 11 என்பது ஒற்றை எண் என்பதால், a_{11} –யின் மதிப்புக் காண n = 11 என

$a_n = n(n + 3)$ –யில் பிரதியிட

11 –வது உறுப்பு $a_{11} = 11(11 + 3) = 154$.

n = 18 என்பது இரட்டை எண் என்பதால், a_{18} –யின் மதிப்புக் காண n = 18 என

$a_n = n^2 + 1$ –யில் பிரதியிட

18 –வது உறுப்பு $a_{18} = 18^2 + 1 = 325$.

EXAMPLE 2.22

பின்வரும் தொடர்வரிசையின் முதல் ஐந்து உறுப்புகளைக் காண்க.

$$\mathbf{a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}+3}} \; ; n \geq 3, n \in \mathbb{N}$$

தீர்வு $a_1=1$, $a_2=1$ எனத் தொடர்வரிசையின் முதல் இரண்டு உறுப்புகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது உறுப்பானது முதல் இரண்டு உறுப்புகளைச் சார்ந்தே உள்ளது.

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது $a_n = \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}+3}$

$$a_3 = \frac{a_{3-1}}{a_{3-2}+3} = \frac{a_2}{a_1+3} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$$

$$a_4 = \frac{a_{4-1}}{a_{4-2}+3} = \frac{a_3}{a_2+3} = \frac{\frac{1}{4}}{1+3} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$a_5 = \frac{a_{5-1}}{a_{5-2}+3} = \frac{a_4}{a_3+3} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{4}+3} = \frac{1}{16} \times \frac{4}{13} = \frac{1}{52}$$

எனவே, தொடர்வரிசையின் முதல் ஐந்து உறுப்புகள் 1, 1, $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$ மற்றும் $\frac{1}{52}$ஆகும்.

EXERCISE 2.4

1. **பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் அடுத்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க. (i) 8, 24, 72,… (ii) 5,1,-3 (iii) $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \ldots$**

   தீர்வு **(i) 8, 24, 72,…**

   ஒவ்வொரு உறுப்புகளும் **3** ஆல் பெருக்கக் கிடைக்கிறது. ∴ அடுத்த மூன்று உறுப்புகள்

   72 x 3 = 216 ; 216 x 3 = 648; 648 x 3 = 1944

   (ii) 5,1,-3

   ஒவ்வொரு உறுப்புகளும் **−4** ஆல் கழிக்கக் கிடைக்கிறது.∴ அடுத்த மூன்று உறுப்புகள்

   -3 - 4 = -7;   -7 - 4 = -11;   -11 - 4 = -15;

   (iii) $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \ldots$

   $\Rightarrow \frac{1}{2^2}, \frac{2}{3^2}, \frac{3}{4^2}, \ldots$ ∴ அடுத்த மூன்று உறுப்புகள்

   $\frac{4}{5^2} = \frac{4}{25}, \frac{5}{6^2} = \frac{5}{36}$ **மற்றும்** $\frac{6}{7^2} = \frac{6}{49}$

2. **பின்வரும் n–வது உறுப்புகளைக் கொண்ட தொடர் வரிசைகளின் முதல் நான்கு உறுப்புகளைக் காண்க. (i) $a_n = n^3 - 2$, (ii) $a_n = (-1)^{n+1}$ (iii) $a_n = 2n^2 - 6$**

   தீர்வு (i) $a_n = n^3 - 2$

   $a_1 = -1$, $a_2 = 6$, $a_3 = 25$, $a_4 = 62$

   (ii) $a_n = (-1)^{n+1} n(n+1)$

   $a_1 = (-1)^2 . 1(2) = 2$

   $a_2 = (-1)^3 . 2(3) = -6$

   $a_3 = (-1)^4 . 3(4) = 12$

   $a_4 = (-1)^5 . 4(5) = -20$

$\therefore$ The first terms are 2, -6, 12, -20

(iii) $a_n = 2n^2 - 6$

$a_1 = 2(1) - 6 = -4$, $a_2 = 2(4) - 6 = 2$

$a_3 = 2(9) - 6 = 12$, $a_4 = 2(16) - 6 = 26$

$\therefore$ The first terms are -4,2, 12,26

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொடர்வரிசையின் n –வது உறுப்பைக் காண்க.

(i) 2, 5, 10, 17, … (ii) $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \ldots$ (iii) 3, 8, 13, 18,….

<u>தீர்வு</u> (i) 2, 5, 10, 17, …

$\Rightarrow 1 + 1, 4 + 1, 9 + 1, 16 + 1 \quad \therefore a_n = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}$

(ii) $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \ldots$

$\Rightarrow \frac{1-1}{1}, \frac{2-1}{2}, \frac{3-1}{3}, \ldots \quad \therefore a_n = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}$

(iii) 3, 8, 13, 18,….

$\Rightarrow 5 - 2, 10 - 2, 15 - 2, 20 - 2, \ldots$

$\Rightarrow 5(1) - 2, 5(2) - 2, 5(3) - 2, 5(4) - 2, \ldots$

$\therefore a_n = 5n - 2, n \in \mathbb{N}.$

4. கீழ்க்கண்ட தொடர்வரிசைகள்ஒவ்வொன்றிலும் n–வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) $a_n = \frac{5n}{n+2}$, a_6 மற்றும் a_{13} (ii) $a_n = -(n^2 - 4)$, a_4 மற்றும் a_{11}

<u>தீர்வு</u> (i) $a_n = \frac{5n}{n+2}$

$a_6 = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$; $a_{13} = \frac{65}{15} = \frac{13}{3}$

(ii) $a_n = -(n^2 - 4)$

$a_4 = -(16 - 4) = -12$; $a_{11} = -(121 - 4) = -117$

5. $a_n = \begin{cases} \frac{n^2 - 1}{n+3} & \text{ஓர் இரட்டை எண் } n \in N \\ \frac{n^2}{2n+1} & \text{ஓர் ஒற்றை எண் } n \in N \end{cases}$ **என்பது n–வது உறுப்பு எனில், a_8 மற்றும் a_{15} காண்க.**

<u>தீர்வு</u> n – இரட்டை எனில் a_8–ன் மதிப்பு , $\frac{n^2 - 1}{n+3}$

$a_8 = \frac{64-1}{11} = \frac{63}{11}$

n – ஒற்றை எனில் a_{15}–ன் மதிப்பு, $\frac{n^2}{2n+1}$

$a_{15} = \frac{(15)^2}{30+1} = \frac{225}{31}$

6. $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \in N$ எனில் தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க

<u>தீர்வு</u> $a_1 = a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$ என்க

$a_3 = 2a_2 + a_1 = 2(1) + 1 = 3$; $a_4 = 2a_3 + a_2 = 2(3) + 1 = 7$

$a_5 = 2a_4 + a_3 = 2(7) + 3 = 17$; $a_6 = 2a_5 + a_4 = 2(17) + 7 = 41$

EXAMPLE 2.24

முதல் உறுப்பு 20 ஆகவும் பொது வித்தியாசம் 8 ஆகவும் கொண்ட கூட்டுத் தொடர்வரிசையை எழுதவும்.

தீர்வு முதல் உறுப்பு $a = 20$; பொது வித்தியாசம் $d = 8$

கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் பொது வடிவம் $a, a+d, a+3d,\ldots$

இந்த நிகழ்வில் நாம் பெறுவது 20, 20 + 8, 20+ 2(8), 20 + 3(8),...

எனவே, தேவையான கூட்டுத் தொடர்சரிவை 20, 28, 36, 44, ... ஆகும்.

EXAMPLE 2.25

3,15,27,39 ... என்ற தொடர்வரிசையின் 15வது மற்றும் 24 வது உறுப்பு காண்க.

தீர்வு முதல் உறுப்பு $a = 3$ மற்றும் பொது வித்தியாசம் $d = 15 - 3 = 12$

முதல் உறுப்பு a, பொது வித்தியாசம் d ஆக உள்ள கூட்டுத் தொடர்வரிசையின்

n –வது உறுப்பு என $t_n = a + (n -1)d$ நாம் அறிவோம்.

$$t_{15} = a + (15 -1)d \quad = a + 14d = 3 + 14(12) = 171$$

(இங்கும் $a = 3$ மற்றும் $d = 12$)

$$t_{24} = a + (24 -1)d \quad = a + 23d = 3 + 23(12) = 279$$

n-வது உறுப்பு (பொது உறுப்பு) $t_n = a + (n -1)d$

$$t_n = 3 + (n -1)12$$

$$t_n = 12n - 9$$

EXAMPLE 2.26

3,6,9,12...111 என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையி ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

தீர்வு முதல் உறுப்பு $a = 3$ மற்றும் பொது வித்தியாசம் $d = 6 - 3 = 3$, கடைசி உறுப்பு, $l = 111$

$n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$ என நாம் அறிவோம்.

$$n = \left(\frac{111-3}{3}\right) + 1 = 37$$

எனவே, இந்த கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.

EXERCISE 2.5

1. **கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு a மற்றும் பொது வித்தியாசம் d எனில் பின்வரும் கூட்டுத் தொடர் வரிசைகளைக் காண்க. (i) $a = 5$, $d= 6$ (ii) $a = 7$, $d = -5$ (iii) $a = \frac{3}{4}$, $d= \frac{1}{2}$ தீர்வு**

   (i) $a = 5, d = 6$ A.P –ன் வடிவம் $\Rightarrow a, a + d, a + 2d, \ldots \Rightarrow 5, 11, 17, 23,\ldots$

   (ii) $a = 7, d = -5$ A.P –ன் வடிவம் $\Rightarrow a, a + d, a + 2d, \ldots \Rightarrow 7, 2, -3, -8,\ldots$

   (iii) $a = \frac{3}{4}, d = \frac{1}{2}$ A.P –ன் வடிவம் $\Rightarrow a, a + d, a + 2d, \ldots \Rightarrow \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \ldots$

2. **கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொது உறுப்புகளையுடைய கூட்டுத் தொடர் வரிசைகளின் முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது வித்தியாசம் காண்க. (i) $t_n = 3 + 2n$ (ii) $t_n = 4 - 7n$**

   தீர்வு (i) $t_n = 3 + 2n$

$t_1 = 3 + 2(1) = 5$,

$t_2 = 3 + 2(2) = 7$

$\therefore a = 5, d = t_2 - t_1 = 7 - 5 = 2$

(ii) $t_n = 4 - 7n$

$t_1 = -3$, $t_2 = -10$

$d = t_2 - t_1 = -7$

$\therefore a = -3, d = -7$

3. −11,−15,−19,... என்ற கூட்டுத் தொடரின் 19ஆவது உறுப்பைக் காண்க ?

<u>தீர்வு</u> கூட்டுத் தொடரின் n−வது உறுப்பு $t_n = a+(n-1)d$

$a = -11; d = -15+11 = -4; n=19$

$t_{19} = -11 + 18(-4)$

$= -11-72$

$t_{19} = -83$

4. 16,11,6,... என்ற கூட்டுத் தொடரின் −54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு ?

<u>தீர்வு</u> $n = \frac{l-a}{d} + 1$

$a = 16; d = 11-16= -5; l = -54$

$n = \frac{-54-16}{-5} +1$

$n = \frac{-70}{-5} +1$

$n = 14 + 1$

$n = 15$

5. 3 + k, 18 − k, 5k + 1 என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k−யின் மதிப்புக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> 3 + k, 18 − k, 5k + 1 என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

$\mathbf{t_2 - t_1 = t_3 - t_2}$

$(18 - k) - (3 + k) = (5k + 1) - (18 - k)$

$15 - 2k = 6k - 17$

$-2k - 6k = -17 - 15$

$-8k = -32$

$k = 4$

6. x, 10, y, 24, z என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை உள்ளன எனில்,x,y,z ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.

<u>தீர்வு</u> x, 10, y, 24, z என்பன கூட்டுத் தொடர்வரிசை என்பதால் y என்பது 10, 24, ன் நடுஉறுப்பாகும்

அதாவது $y = \frac{10+24}{2} = \frac{34}{2} = 17$

$\therefore$ A.P = x,10, 17, 24, z

d = 17 − 10 = 7 என்பது இங்கு தெளிவாகிறது

$\therefore x = 10 - 7 = 3$

$z = 24 + 7 = 31$

$\therefore x = 3, y = 17, z = 31.$

7. ஒரு திரையரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்த ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையை விட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும் ?

<u>தீர்வு</u> முதல் உறுப்பு a = 20

பொது வித்தியாசம் d = 2

கடைசி வரிசையில் உள்ள இருக்கைகளின் எண்ணிக்கை = $t_n = a + (n-1)d$

$t_{30} = a + 29d$

$= 20 + 29(2)$

$= 20 + 58$

$= 78$

8. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் a-d, a, a+d என்க.

$a - d + a + a+d = 27$

$3a = 27,$

$a = \frac{27}{3}$

$a = 9$

$(a-d)\ (a)\ (a+d) = 288$

$a(a^2 - d^2) = 288$

$9(9^2 - d^2) = 288$

$81 - d^2 = \frac{288}{9}$

$81 - d^2 = 32$

$81 - 32 = d^2$

$49 = d^2 \quad \therefore d = \pm 7$

∴ கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த மூன்று உறுப்புகள்= **2, 9,16 (அ) 16, 9, 2**

<u>EXERCISE 2.10</u>

1. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தின் படி a மற்றும் b என்ற மிகை முழுக்களுக்கு தனித்த மிகை முழுக்கள் q மற்றும் r, a = bq + r என்றவாறு அமையுமானால் இங்கு r ஆனது.
(அ) $1 < r < b$ (ஆ) $0 < r < b$ **(C) $0 \leq r < b$** (D) $0 < r \leq b$

2. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கம் மீதிகள்
(அ) 0,1,8 (ஆ) 1,4,8 (C) 0,1,3 (D) 1,3,5

3. 65 மற்றும் 117–யின் மீ.பொ.வ–வை 65m-117 என்ற வடிவில் எழுதும்போது m–ன் மதிப்பு
(அ) 4 **(ஆ) 2** (C) 1 (D) 3

4. 1729–ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும்போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்
(அ) 1 (ஆ) 2 **(C) 3** (D) 4

5. 1 முதல் 10 வரையுள்ள (இரண்டு எண்களும் உட்பட) அனைத்து எண்களாலும் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண் (அ) 2025 (ஆ)5220 (3) 5025 **(4) 2520**

6. $F_1 = 1, F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது
(அ) 3 (ஆ) 5 (C) 8 **(D) 11**

7. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் 120 கிடைக்கம்?
(அ) 4551 (ஆ) 10091 (C) **7881** (D) 13531

8. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6–வது உறுப்பின் 6 மடங்கும், 7–வது உறுப்பின் 7 மடங்கும் சமம் எனில், அக்கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் 13–வது உறுப்பு
(அ) 0 (ஆ) 6 (3) 7 (4) 13

9. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் 31 உறுப்புகள் உள்ளன. அதன் 16–வது உறுப்பு m எனில், அந்தக் கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளின் கூடுதல்.
(அ)16m (ஆ) 62m (3) 31 m **(4) $\frac{31}{2}$ m**

10. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் 120 கிடைக்கும்?
(அ) 6 (ஆ) 7 **(C) 8** (D) 9

11. $\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \ldots$ என்ற தொடர்வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு
(அ) $\frac{1}{24}$ (ஆ) $\mathbf{\frac{1}{27}}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{81}$

இயற்கணிதம்

EXERCISE 3.1

1. தாத்தா, தந்தை, வாணி ஆகிய மூவரின் சராசரி வயது 53 ஆகும். தாத்தாவின் வயதில் பாதி, தந்தையின் வயதில் மூன்றில் ஒரு பங்கு மற்றும் வாணியின் வயதில் நான்கில் ஒரு பங்கு ஆகியவற்றின் கூடுதல் 65 ஆகும். நான்கு ஆண்டுகளுக்கு முன் தாத்தாவின் வயது வாணியின் வயதைப் போல் நான்கு மடங்கு எனில் மூவரின் தற்போதைய வயதைக் காண்க?

<u>**தீர்வு**</u> வாணி, தந்தை மற்றும் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது x, y ,z என்க

$\frac{x+y+z}{3} = 53 \Rightarrow x + y + z = 159$ ------- (1)

$\frac{1}{2}z + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}x = 65$

$\frac{6z+4y+3x}{12} = 65$

$3x + 4y + 6z = 780$ ------- (2)

$(z - 4) = 4(x - 4) \Rightarrow 4x - z = 12$ ------- (3)

(1) & (2) லிருந்து

(1) x (4) $\Rightarrow 4x + 4y + 4z = 636$

(2) $\Rightarrow \underline{3x + 4y + 6z = 780}$

(கழிக்க) $x - 2z = -144$ ------- (4)

(3) & (4) லிருந்து

(3) x 2 $\Rightarrow$ 8x - 2z = 24

(4) $\Rightarrow$ $\underline{x - 2z = - 144}$

(கழிக்க) 7x = 168 ------- (4)

$$x = \frac{168}{7} = 24$$

x = 24 மதிப்பிடு (3)

96 – z = 12

z = 84

(1) $\Rightarrow$ 24 + y + 84 = 159

$\Rightarrow$ y = 51

வாணியின் தற்போதைய வயது = **24**

வாணியின் தந்தையின் தற்போதைய வயது = **51**

வாணியின் தாத்தாவின் தற்போதைய வயது = **84**

```
          x - 1
x - 2 | x^2 -3x + 2
        x^2 -2x          (-)
        -----------------
           -x + 2
           -x + 2        (-)
        -----------------
            0
```

இங்கு, மீதி பூச்சியம் ஆகும். இங்கு தலையாயக் கெழுக்கள் **3** மற்றும் **6–**ன் மீ.பொ.வ. **3** ஆகும்.

எனவே, மீ.பொ.வ $[(6x^3 - 30x^2 + 60x - 48 , 3x^3 - 12x^2 + 21x - 18)] = 3(x - 2)$

EXAMPLE 3.12

பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க

(i) $8x^4y^2, 48x^2y^4$ **(ii)** $5x - 10, 5x^2 - 20$ **(iii)** $x^4 - 1, x^2 - 2x + 1$

(i) $x^3 - 27, (x - 3)^2 , (x^2 - 9)$

தீர்வு

(i) $8x^4y^2, 48x^2y^4$

முதலி ல் நாம் எண் கெழுக்களின் மீ.பொ.ம காண்போம்

அதாவது, மீ.பொ.ம (8, 48) = 2 x 2 x 2 x 6 = 48

இப்போது உறுப்புகளில் உள்ள மாறிகளுக்கு மீ.பொ.ம காண்போம்.

அதாவது மீ.பொ.ம $(x^4y^2, x^2y^4) = x^4y^4$

எண்கெழுக்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மாறிகளின் மீ.பொ.ம ஆகியவற்றின் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்ட கோவைகளின் மீ.பொ.ம ஆகும்.

எனவே, மீ.பொ.ம $8x^4y^2, 48x^2y^4 = 48 x^4y^4$

(ii) $5x - 10, 5x^2 - 20$

$5x - 10 = 5(x - 2)$

$5x^2 - 20 = 5(x^2 - 4) = 5(x + 2)(x - 2)$

எனவே, மீ.பொ.ம $[(5x - 10), (5x^2 - 20)] = 5(x + 2)(x - 2)$

(iii) $x^4 - 1, x^2 - 2x + 1$

$x^4 - 1 = (x^2)^2 - (1)^2 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

எனவே, மீ.பொ.ம $[x^4 - 1, x^2 - 2x + 1] = (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)^2$

(iv) $x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

$(x - 3)^2 = (x - 3)^2$

$(x^2 - 9) = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$

எனவே, மீ.பொ.ம. = $(x - 3)^2 (x + 3)(x^2 + 3x + 9)$

EXERCISE 3.2

1. பின்வருவனவற்றிற்கு மீ.பொ.ம காண்க.

(i) $4x^2y, 8x^3y^2$

(ii) $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

(iii) $6m, 12m^2n^2, 8n^2$

(iv) $p^2 - 3p + 2, p^2 - 4$

தீர்வு

(i) $4x^2y, 8x^3y^2$

$4x^2y = 2^2x^2y$

$8x^3y^2 = 2^3x^3y^2$

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= 2^3x^3y^2 = 8x^3y^2$

(ii) $9a^3b^2, 12a^2b^2c$

$9a^3b^2 = (1)(3)^2 a^3b^2$

$12a^2b^2c = 2^2 \times 3 \times a^2 \times b^2 \times c$

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= (1) \times 2^2 \times 3^2 \times a^3 \times b^2 \times c = 36a^3b^2 c$

(iii) $16m, 12m^2n^2, 8n^2$

$16m = 2^4 \text{ x } m$

$12m^2n^2 = 2^2 \text{ x } 3 \text{x } m^2 \text{ x} n^2$

$8n^2 = 2^3 \text{ x } n^2$

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= 2^4 \text{ x } 3 \text{ x } m^2 \text{ x } n^2 = 48 m^2 n^2$

(iv) $p^2 - 3p + 2, p^2 - 4$

$p^2 - 3p + 2 = (p - 1)(p - 2)$

$p^2 - 4 = (p + 2)(p - 2)$

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= (p - 1)(p + 2)(p - 2)$

EXERCISE 3.3

1. பின்வருவனவற்றில் முறையே f(x) மற்றும் g(x) ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம காண்க. மேலும் f(x) x g(x) = மீ.பொ.வ × மீ.பொ.ம. $21x^2y, 35xy^2$

தீர்வு

$21x^2y, 35xy^2$

$f(x) = 21x^2y = 3 \times 7 \times x^2 \times y$

$g(x) = 35xy^2 = 5 \times 7 \times x \times y^2$

மீ.பொ.ம $= 3 \times 5 \times 7 \times x^2 \times y^2 = 105x^2y^2$

மீ.பொ.வ $= 7 \times x \times y = 7xy$

$f(x) \times g(x) = 3 \times 5 \times 7^2 \times x^3 \times y^3$

மீ.பொ.ம x மீ.பொ.வ $= 3 \times 5 \times 7^2 \times x^3 \times y^3$

$\therefore f(x) \times g(x) =$ மீ.பொ.ம x மீ.பொ.வ

2. கீழ்க்கண்ட ஒவ்வொரு சோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம காண்க.

(i) $a^2+4a-12, a^2-5a+6$ எனும் இவற்றின் மீ.பொ.வ a-2

(ii) $x^4 - 27a^3x, (x-3a)^2$, இவற்றின் மீ.பொ.வ (x- 3a)

தீர்வு

(i) $f(x) = a^2+4a-12$

$= (a+6)(a-2)$

$g(x) = a^2-5a+6$

$= (a-3)(a-2)$

$GCD = a-2$

மீ.பொ.வ $= \frac{f(x)\times g(x)}{GCD}$

$= \frac{(a+6)(a-2)\times(a-3)(a-2)}{a-2}$

$= (a+6)(a-3)(a-2)$

(ii) $f(x) = x^4 - 27a^3x = x(x^3 - (3a)^3) = (x)(x-3a)(x^2+3xa+9a^2)$

$g(x) = (x-3a)^2$

$GCD = (x-3a)$

மீ.பொ.ம $= \frac{f(x)\times g(x)}{GCD} = \frac{(x)(x-3a)(x^2+3xa+9a^2)(x-3a)^2}{(x-3a)}$

மீ.பொ.ம $= (x)(x-3a)^2(x^2+3xa+9a^2)$

EXAMPLE 3.13

விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவில் சுருக்குக (i) $\frac{x-3}{x^2-9}$ (ii) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$

தீர்வு

(i) $\frac{x-3}{x^2-9} = \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{(x+3)}$

(ii) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16} = \frac{x^2-4^2}{(x+4)(x+4)} = \frac{(x+4)(x-4)}{(x+4)(x+4)} = \frac{x-4}{(x+4)}$

EXAMPLE 3.14

பின்வரும் கோவைகளின் விலக்கப்பட்ட மதிப்பு காண்க. (i) $\frac{x+10}{8x}$ (ii) $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$

தீர்வு

(i) $\frac{x+10}{8x}$ என்ற கோவையானது $8x = 0$ (அல்லது) $x = 0$ எனும்போது வரையறுக்க இயலாததாகிறது. ஆகவே விலக்கப்பட்ட மதிப்பு **0** ஆகும்.

(ii) $\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$

$\frac{7p+2}{8p^2+13p+5}$ என்ற கோவையானது $8p^2+13p+5 = 0$ அதாவது $(8p+5)(p+1) = 0$ –லிருந்து, $p = \frac{-5}{8}, p = -1$, எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது. எனவே, விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் $\frac{-5}{8}$ மற்றும் **−1.**

EXERCISE 3.4

1. பின்வரும் விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவிற்குச் சுருக்குக.

(i) $\frac{x^2-1}{x^2+x}$ **(ii)** $\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4}$

தீர்வு

(i) $\frac{x^2-1}{x^2+x} = \frac{x^2-1^2}{x(x+1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)} = \frac{(x-1)}{x}$

(ii) $\frac{x^2-11x+18}{x^2-4x+4} = \frac{(x-9)(x-2)}{(x-2)(x-2)} = \frac{x-9}{x-2}$

2. கீழ்க்கண்ட கோவைகளுக்கு விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் இருப்பின் அவற்றைக் காண்க.

(i) $\frac{y}{y^2-25}$ **(ii)** $\frac{t}{t^2-5t+6}$ **(iii)** $\frac{x^2+6x+8}{x^2+x-2}$

தீர்வு

(i) $\frac{y}{y^2-25}$ என்ற கோவையானது $y^2-5^2=0$

$y^2-5^2=0$

$(y+5)(y-5)=0$

$y+5=0, y-5=0$

$y=-5, y=5$

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

∴ விலக்கப்பட்டட மதிப்புகள் **−5** மற்றும் **5**

(ii) $\frac{t}{t^2-5t+6}$ என்ற கோவையானது $t^2-5t+6=0$

$t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0$

$t-2=0, t-3=0$

t = 2, t =3

எனும்போது கோவை வரையறுக்க இயலாததாகிறது.

∴ விலக்கப்பட்டட மதிப்புகள் **2** மற்றும் **3**

(iii) $\frac{x^2+6x+8}{x^2+x-2} = \frac{(x+4)(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x+4}{x-1}$

$\frac{x+4}{x-1}$ என்பது $x - 1 = 0$ எனும்போது வரையறுக்கப்படவில்லை .

∴விலக்கப்பட்ட மதிப்புகள் **1.**

EXAMPLE 3.15

$\frac{x^3}{9y^2}$ ஐ $\frac{27y}{x^5}$ ஆல் பெருக்குக

தீர்வு

$\frac{x^3}{9y^2} \times \frac{27y}{x^5} = \frac{27}{9yx^2} = \frac{3}{x^2y}$

EXAMPLE 3.16

பின்வருவனவற்றைக் காண்க (i) $\frac{14x^4}{y} \div \frac{7x}{3y^4}$ (ii) $\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x-4}{x+4}$

தீர்வு

(i) $\frac{14x^4}{y} \div \frac{7x}{3y^4} = \frac{14x^4}{y} \times \frac{3y^4}{7x} = 6x^3y^3$

(ii) $\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x-4}{x+4}$

$\frac{x^2-16}{x+4} \times \frac{x+4}{x-4} = \frac{(x+4)(x-4)}{x+4} \times \frac{x+4}{x-4} = x+4$

$= \frac{(8x+3)(2x-1)}{(3x+1)(x-1)} \times \frac{(3x+1)(x-4)}{(8x+3)(x+1)}$

$= \frac{(2x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x^2-9x+4}{x^2-1}$

EXERCISE 3.5

1. சுருக்குக (i) $\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4}$ (ii) $\frac{p^2-10p+21}{p-7} \times \frac{p^2+p-12}{(p-3)^2}$ (iii) $\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t}$

தீர்வு

(i) $\frac{4x^2y}{2z^2} \times \frac{6xz^3}{20y^4} = \frac{3x^3z}{5y^3}$

(ii) $\frac{p^2-10p+21}{p-7} \times \frac{p^2+p-12}{(p-3)^2} = \frac{(p-7)(p-3)}{(p-7)} \times \frac{(p+4)(p-3)}{(p-3)^2} = (p+4)$

(iii) $\frac{5t^3}{4t-8} \times \frac{6t-12}{10t} = \frac{5t^3}{4(t-2)} \times \frac{6(t-2)}{10t} = \frac{3t^2}{4}$

EXERCISE 3.6

1. சுருக்குக (i) $\frac{x(x+1)}{x-2} + \frac{x(1-x)}{x-2}$ (ii) $\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x}$

தீர்வு

(i) $\frac{x(x+1)}{x-2} + \frac{x(1-x)}{x-2} = \frac{x(x+1+1-x)}{x-2} = \frac{2x}{x-2}$

(ii) $\frac{x^3}{x-y} + \frac{y^3}{y-x} = \frac{x^3-y^3}{x-y} = \frac{(x^2+xy+y^2)(x-y)}{(x-y)} = x^2+xy+y^2$

2. $A = \frac{2x+1}{2x-1}$ **மற்றும்** $B = \frac{2x-1}{2x+1}$ **எனில்** $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$ **காண்க**

<u>தீர்வு</u> $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$

$$= \frac{A+B-2B}{(A+B)(A-B)} = \frac{(A-B)}{(A+B)(A-B)}$$

$$= \frac{1}{A+B} = \frac{1}{\frac{2x+1}{2x-1}+\frac{2x-1}{2x+1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(2x+1)^2+(2x-1)^2}{(2x+1)(2x-1)}} = \frac{(2x+1)(2x-1)}{(2x+1)^2+(2x-1)^2}$$

$$= \frac{[2x]^2-1^2}{4x^2+1+4x+4x^2+1-4x}$$

$$= \frac{4x^2-1}{8x^2+2}$$

$$= \frac{4x^2-1}{2(4x^2+1)}$$

3. $A = \frac{x}{x+1}$ **மற்றும்** $B = \frac{1}{x+1}$, **எனில்** $\frac{(A+B)^2+(A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$ **காண்க.**

<u>தீர்வு</u>

$A = \frac{x}{x+1}$, $B = \frac{1}{x+1}$ என்க

$\frac{(A+B)^2+(A-B)^2}{A \div B} = \frac{2(A^2+B^2)}{A \div B}$

$A^2 + B^2 = \frac{x^2}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+1}{(x+1)^2}$

$A \div B = \frac{x}{x+1} \times \frac{x+1}{1} = x$

$\frac{2(A^2+B^2)}{A \div B} = (2)\left(\frac{x^2+1}{(x+1)^2}\right)\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2(x^2+1)}{x(x+1)^2}$

<u>EXAMPLE 3.19</u>

கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்க மூலம் காண்க.

(i) $256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}$ (ii) $\frac{144\,a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}$

<u>தீர்வு</u>

(i) $256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20} = \sqrt{(256(x-a)^8(x-b)^4\,(x-c)^{16}\,(x-d)^{20})}$

$= 16\,|(x-a)^4(x-b)^2\,(x-c)^8\,(x-d)^{10}|$

(ii) $\sqrt{\frac{144\,a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}} = \frac{4}{3}\left|\frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7}\right|$

<u>EXAMPLE 3.20</u>

கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்கமூலம் காண்க. (i)$(6x^2+x-1)(3x^2+2x-1)(2x^2+3x+1)$

தீர்வு

(i) $\sqrt{(6x^2 + x - 1)(3x^2 + 2x - 1)(2x^2 + 3x + 1)}$

$= \sqrt{(3x-1)(2x+1)(3x-1)(x+1)(2x+1)(x+1)}$

$= |(3x-1)(2x+1)(x+1)|$

EXERCISE 3.7

1. பின்வருவனவற்றின் வர்க்கமூலம் காண்க. (i) $\frac{400x^4\, y^{12}\, z^{16}}{100x^8 y^4\, z^4}$ (ii) $\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}\,(b-c)^4}$

தீர்வு

(i) $\frac{400x^4\, y^{12}\, z^{16}}{100x^8 y^4\, z^4} = \sqrt{\frac{4y^8z^{12}}{x^4}} = 2\left|\frac{y^4z^6}{x^2}\right|$

(ii) $\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}\,(b-c)^4}$

$\sqrt{\frac{121(a+b)^8(x+y)^8(b-c)^8}{81(b-c)^4(a-b)^{12}\,(b-c)^4}} = \frac{11}{9}\left|\frac{(a+b)^4(x+y)^4}{(a-b)^6}\right|$

2. கீழ்க்காணும் கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க

(i) $4x^2+20x+25$ (ii) $9x^2 -24xy+30xz-40yz + 25z^2 +16y^2$

(iii) $(4x^2 - 9x + 2)(7x^2 - 13x - 2)(28x^2 - 3x - 1)$

தீர்வு

(i) $4x^2+20x+25 = \sqrt{(2x)^2 + (2)(2)(5)x + 5^2} = \sqrt{(2x+5)^2} = |2x+5|$

(ii) $9x^2 -24xy+30xz-40yz + 25z^2 +16y^2$

$= \sqrt{(3x)^2 + (2)(3x)(-4y) + (2)(3x)(5z) + (2)(-4y)(5z) + (5z)^2 + (-4y)^2}$

$\because (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$= \sqrt{(3x-4y+5z)^2} = |3x-4y+5z|$

(iii) $(4x^2 - 9x + 2)(7x^2 - 13x - 2)(28x^2 - 3x - 1)$

$= \sqrt{(x-2)(4x-1)(x-2)(7x+1)(4x-1)(7x+1)}$

$= |(x-2)(4x-1)(7x+1)|$

EXAMPLE 3.21

$64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு

	8	-1	1			
8	64	-16	17	-2	1	
	(-)64					
16 -1		-16	17			$-\frac{16}{16}$ = -1
		(+) -16	(-) 1			
16 – 2 1			16	-2	1	$\frac{16}{16} = 1$
		(-)	16	(+) -2	(-) 1	
			0			

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|8x^2 - x + 1|$

EXAMPLE 3.22

$9x^4 + 12x^3 + 28x^2+ax+b$ ஆனது ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு

	3	2	4			
3	9	12	28	a	b	
	(-) 9					
6 2		12	28			$\frac{12}{6}$ =2
		(-) 12	(-) 4			
6 4 4			24	a	b	
			(-) 24	(-)16	(-) 16	$\frac{24}{6} = 4$
			a = 16 , b = 16			

EXERCISE 3.8

1. **வகுத்தல் முறையில் பின்வரும் பல்லுறுப்புக் கோவையின் வர்க்கமூலம் காண்க.**

   (i) $x^4 - 12x^3+42x^2 -36x+9$ **(ii)** $37x^2 - 28x^3 +4 x^4 + 42x +9$ **(iii)** $16x^4+ 8x^2 + 1$

   (iv) $121 x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x +144$

தீர்வு (i) $x^4 - 12x^3+42x^2 -36x+9$

	1	-6	3			
1	1	-12	42	-36	9	
	(-)1					
2 - 6		-12	42			$\frac{-12}{2}$ = -6
		(+)-12	(-) 36			
2 − 12 3			6	-36	9	$\frac{6}{2} = 3$
			(-)6	(+) -36	(-) 9	
				0		

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|x^2 - 6x + 3|$

(ii) $37x^2 - 28x^3 +4 x^4 + 42x +9$

	2	-7	- 3			
2	4	-28	37	42	9	
	(-) 4					
4 − 7		-28	37			$\frac{-28}{4}$ = -7
		(+) -28	(-) 49			
4 − 14 -3			- 12	42	9	$\frac{-12}{4}$ = -3
			(+) - 12	(-)4 2	(-) 9	
			0			

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|2x^2 - 7x - 3|$

(iii) $16x^4+ 8x^2 + 1$

	4	0	1			
4	16	0	8	0	1
	(-) 16				
8 0		0	8		
		0	0		
8 0 1			8	0	1
			(-) 8	0	1
			0		

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|4x^2 + 1|$

(iv) $121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$

<u>தீர்வு</u>

	11	-9	-12			
11	121	-198	-183	216	144	
	(-) 121					
		-198	-183			$-\frac{198}{22}$ = -9
22 −9		(+) -198	(-)81			
			-264	216	144	
22 -18 -12			(+)-264	(-)216	(-)144	- $\frac{264}{22}$ = -12
			0			

தேவையான வர்க்க மூலம் = $|11x^2 - 9x - 12|$

2. பின்வருபவை முழு வர்க்கப் பல்லுறுப்புக் கோவைகள் எனில் a மற்றும் b –யின் மதிப்பு காண்க.

(i) $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$ (ii) $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$

<u>தீர்வு</u>

(i) $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$

	2	-3	7			
2	4	-12	37	b	a	
	(-) 4					
4 −3		-12	37			$-\frac{12}{4}$ = -3
		(+) -12	(-) 9			
4 -6 7			28	b	a	$\frac{28}{4}$ = 7
			(-)28	(+)-42	(-) 49	
				0		

a = 49 , b = -42

(ii) $ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$

	10	11	12		
10	100	220	361	b	a
	(-) 100				
		220	361		
20 11		(-)220	(-)121		
			240	b	a
20 22 12			(-) 240	(-) 264	(-)144
				0	

$\frac{220}{20} = 11$

$\frac{240}{20} = 12$

a = 144 , b = 264

3. கீழ்க்காணும் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் முழு வர்க்கங்கள் எனில், m மற்றும் n –யின் மதிப்பு காண்க.

(i) $36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$. (ii) $x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$

தீர்வு

(i) **$36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$**

	6 - 5 + 3				
6	36	-60	61	-m	n
	(-)36				
12 - 5		- 60	61		
		- 60	25		
		(+)	(-)		
12 – 10 + 3			36	-m	n
			36	-30	9
			(-)	(+)	(-)
			0		

$-\frac{60}{12} = -5$

$\frac{36}{12} = -3$

-m = -30 , m = 30

n = 9

(ii) **$x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$**

	1	-4	4		
1	1	-8	m	n	16
	(-)1				
		-8	m		
2 –4		(+)-8	(-)16		
			m-16	n	16
2 -8 4			(-)8	(+)-32	(-)16
				0	

$-\frac{8}{2} = -4$

$\frac{m-16}{2}$

m-16 = 8 , n = -32

$$m = 8 + 16$$

$$m = 24$$

EXAMPLE 3.23

$x^2+8x+12$ என்ற இருபடி கோவையின் பூச்சியங்களைக் காண்க.

தீர்வு

$p(x) = x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$ என்க

$p(-2) = 4 - 16 + 12 = 0$

$p(-6) = 36 - 48 + 12 = 0$

எனவே, $p(x) = x^2 + 8x + 12$ –யின் பூச்சியங்கள் **−2** மற்றும் **−6.**

EXAMPLE 3.24

மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கல் கீழ்க்காணுமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன எனில், அவற்றுக்கு தகுந்த இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் கண்டறிக. (i) 9,14 (ii) $-\frac{7}{2}, \frac{5}{2}$ (iii) $-\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}$

தீர்வு

(i) மூலங்கள் கொடுக்கப்பட்டால், இருபடிச் சமன்பாட்டின் பொது வடிவம்

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = **0**

$x^2 - 9x + 14 = 0$

(ii) $x^2 - \left(-\frac{7}{2}\right)x + \frac{5}{2}$ எனவே, $2x^2 + 7x + 5 = 0$

(iii) $x^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)x + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{10x^2 + 6x - 5}{10} = 0$

$10x^2 + 6x - 5 = 0$

EXAMPLE 3.25

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

(i) $x^2+8x-65 = 0$ (ii) $2x^2+5x+7 = 0$ (iii) $kx^2 - k^2x - 2k^3 = 0$

தீர்வு

α மற்றும் β என்பன கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் என்க.

(i) $x^2 + 8x - 65 = 0$

$a = 1, b = 8, c = -65$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -$ **8** மற்றும் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -65$

(ii) $2x^2+5x+7 = 0$

$a = 2, b = 5, c = 7$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{2}$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{7}{2}$

(iii) $kx^2 - k^2x - 2k^3 = 0$

$a = k, b = -k^2, c = -2k^3$

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{(-k)^2}{k} = -k$ மற்றும் $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-2k^3}{k} = -2k^2$

EXERCISE 3.9

1. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க. (i) -9, 20 (ii) $\frac{5}{3}, 4$ (iii) $\frac{-3}{2}$, -1

தீர்வு

(i) -9, 20

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$x^2 - [\propto + \beta]x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - [-9]x + 20 = 0 \Rightarrow x^2 + 9x + 20 = 0$

(ii) $\frac{5}{3}, 4$

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$x^2 -$ [மூலங்களின் கூடுதல் பலன்] x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = **0**

$x^2 - \frac{5}{3}x + 4 = 0$

இருபுறமும் **3** ஆல் பெருக்க

$3x^2 - 5x + 12 = 0$

(iii) $\frac{-3}{2}$, -1

தேவையான இருபடி சமன்பாடு

$x^2 - [\propto + \beta]x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - \left[-\frac{3}{2}\right]x + 20 = 0 \qquad \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$

இருபுறமும் **2** ஆல் பெருக்க

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

2. கீழ்க்காணும் இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் காண்க.

(i) $x^2 + 3x - 28 = 0$ (ii) $x^2 + 3x = 0$ (iii) $3y^2 - y - 4 = 0$

தீர்வு

(i) $x^2 + 3x - 28 = 0$

a = 1, b=3, c=-28

மூலங்களின் கூடுதல் பலன் $= \propto + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் $= \propto \beta = \frac{c}{a} = -\frac{28}{1} = -28$

(ii) $x^2 + 3x = 0$

a = 1, b=3, c=-0

மூலங்களின் கூடுதல் பலன் $= \propto + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{1} = -3$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் $= \propto \beta = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$

(iii) $3y^2 - y - 4 = 0$

$a = 3, b = -1, c = -4$

மூலங்களின் கூடுதல் பலன் $\propto + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{3}$

மூலங்களின் பெருக்கல் பலன் $\propto \beta = \frac{c}{a} = -\frac{4}{3}$

EXAMPLE 3.27

தீர்க்க $2m^2 + 19m + 30 = 0$.

தீர்வு

$2m^2 + 19m + 30 = 2m^2 + 4m + 15m + 30 = 2m(m+2) + 15(m+2)$

$= (m+2)(2m+15)$

$(m + 2)(2m + 15) = 0$ -யின் காரணிகளைப் பூச்சியத்திற்குச் சமன்படுத்த

$m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$ அல்லது $2m + 15 = 0 \Rightarrow m = \frac{-15}{2}$

மூலங்கள் **−2** அல்லது $\frac{-15}{2}$

EXERCISE 3.10

1. **காரணிப்படுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க. $4x^2 - 7x - 2 = 0$**

தீர்வு

$4x^2 - 7x - 2 = 0$

$(x - 2)(4x + 1) = 0$

$x - 2 = 0$ (அல்லது) $4x + 1 = 0$

$x = +2, x = -\frac{1}{4}$

2. **n அணிகள் பங்குபெறும் ஒரு கையுந்து விளையாட்டு போட்டியில் ஒவ்வொர் அணியும் மற்ற அனைத்து அணிகளோடும் விளையாட வேண்டும். 15 போட்டிகள் கொண்ட தொடரில் மொத்த போட்டிகளி ன் எண்ணிக்கை $G(n) = \frac{n^2 - n}{2}$ எனில் பங்கேற்கும் அணிகள் எண்ணிக்கை எத்தனை ?**

தீர்வு $G(n) = \frac{n^2 - n}{2} = 15$

$n^2 - n = 30$

$n^2 - n - 30 = 0$

$(n - 6)(n + 5) = 0$

$n = 6, -5$

பங்கேற்கும் அணிகள் எண்ணிக்கை = **6**

EXERCISE 3.11

1. **கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாடுகளை வர்க்கப் பூர்த்தி முறையில் தீர்க்க. $9x^2 - 12x + 4 = 0$**

தீர்வு

$9x^2 - 12x + 4 = 0$

$x^2 - \frac{12}{9}x + \frac{4}{9} = 0$

$x^2 - \frac{4}{3}x = -\frac{4}{9}$

$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \frac{4}{9}$

$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{2}{3}$ மற்றும் $\frac{2}{3}$

EXERCISE 3.12

1. **ஓர் எண் மற்றும் அதன் தலைகீழியின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.**

தீர்வு

x என்பது தேவையான எண் என்க. $x - \frac{1}{x} = \frac{24}{5}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

$\Rightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{24}{5} \Rightarrow 5x^2 - 24x - 5 = 0$

$\Rightarrow (x - 5)(5x + 1) = 0$

$\therefore x = 5$ அல்லது $x = \frac{-1}{5}$

EXAMPLE 3.40

பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

(i) $x^2 - x - 20 = 0$ (ii) $9x^2 - 24x + 16 = 0$ (iii) $2x^2 - 2x + 9 = 0$

தீர்வு

(i) $x^2 - x - 20 = 0$

இங்கு, a = 1, b = -1, c = -20

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2 - 4ac$; $\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-20) = 81$

$\Delta = 81 > 0$.

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை

(ii) $9x^2 - 24x + 16 = 0$

இங்கு, a = 9, b = -24, c = 16

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2 - 4ac$; $\Delta = (-24)^2 - 4(9)(-16) = 0$

$\Delta = 0$.

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்

(iii) $2x^2 - 2x + 9 = 0$

இங்கு, a = 2, b = -2, c = 9

தன்மைகாட்டி, $\Delta = b^2 - 4ac$; $\Delta = (-2)^2 - 4(2)(9) = -68$

$\Delta = -68 < 0$.

எனவே, சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை.

EXERCISE 3.13

1. பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

(i) $\mathbf{15x^2 + 11x + 2 = 0}$ (ii) $\mathbf{x^2 - x - 1 = 0}$

தீர்வு

(i) $15x^2 + 11x + 2 = 0$

a = 15, b = 11, c = 2

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 11^2 - 4 \times 15 \times 2 \quad = 121 - 120 \quad = 1 = (+)ve$

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

(ii) $x^2 - x - 1 = 0$

a = 1, b = -1, c = -1

$\Delta = b^2 - 4ac \quad = (-1)^2 - 4(1)(-1) \quad = 1 + 4 = 5$

∴ மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் அல்ல.

EXERCISE 3.14

1. $x^2 + 6x - 4 = 0$ யின் மூலங்கள் α, β எனில் கீழ்க்கண்டவற்றை மூலங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) α^2 **மற்றும்** β^2

(ii) $\frac{2}{\alpha}$ **மற்றும்** $\frac{2}{\beta}$

(iii) $\alpha^2 \beta$ **மற்றும்** $\beta^2 \alpha$

தீர்வு

(i) α^2 மற்றும் β^2

$x^2 + 6x - 4 = 0$

a = 1, b = 6, c = -4

$\alpha + \beta = -\frac{6}{1} = -6$, $\alpha\beta = \frac{-4}{1} = -4$

மூலங்களின் கூடுதல்

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= (-6)^2 - 2(-4)$

$= 36 + 8$

$= 44$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன்

$\propto^2 \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = (-4)^2 = 16$

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = 0

$\therefore x^2 - 44x + 16 = 0$

(ii) $\frac{2}{\propto}$ மற்றும் $\frac{2}{\beta}$

மூலங்களின் கூடுதல் = $\frac{2}{\propto} + \frac{2}{\beta} = \frac{2\propto + 2\beta}{\alpha\beta} = \frac{2(\propto + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{2(-6)}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = $\frac{2}{\propto} \times \frac{2}{\beta} = \frac{4}{\propto\beta} = \frac{4}{-4} = -1$

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = 0

$\therefore \quad x^2 - 3x - 1 = 0$

(iii) $\propto^2 \beta$ மற்றும் $\beta^2 \propto$

மூலங்களின் கூடுதல் = $\propto^2 \beta + \beta^2 \propto = \alpha\beta\ (\alpha + \beta) = (-4)(-6) = 24$

மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = $(\propto^2 \beta)(\beta^2 \propto) = \propto^3 \beta^3 = (\alpha\beta)^3 = (-4)^3 = -64$

x^2 – (மூலங்களின் கூடுதல்) x + மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = 0

$\therefore \quad x^2 - 24x - 64 = 0$

2. α, β என்பன $7x^2 + ax + 2 = 0$ –யின் மூலங்கள் மற்றும் $\beta - \alpha = \frac{-13}{7}$ எனில், a –யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு $7x^2 + ax + 2 = 0 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-a}{7}$ ....(1)

$\alpha\beta = \frac{2}{7}$; $\beta - \alpha = \frac{-13}{7} \Rightarrow \alpha - \beta = \frac{13}{7}$ ....(2)

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$\left(\frac{13}{7}\right)^2 = \left(\frac{-a}{7}\right)^2 - 4\left(\frac{2}{7}\right)$

$\frac{169}{49} = \frac{a^2}{49} - \frac{8}{7}$

$\frac{169}{49} = \frac{a^2 - 56}{49}$

$a^2 - 56 = 169$

$a^2 = 225$

$a = \pm 15$

3. $2y^2 - ay + 64 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றவை போல இருமடங்கு எனில் a–யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு $2y^2 - ay + 64 = 0$. இங்கு, a = 2, b = -a, c = 64

$\alpha + \beta = \frac{a}{2}$ ......(1)

$\alpha\ \beta = \frac{64}{2} = 32$ ......(2)

ஆனால், $\alpha = 2\beta$

(1) $\Rightarrow \alpha\beta = 32 \Rightarrow 2\beta^2 = 32 \Rightarrow \beta^2 = 16 \Rightarrow \beta = \pm 4$

$\beta = 4$ ஐ (2) ல் பிரதியிட

$\Rightarrow 4\alpha = 32 \Rightarrow \alpha = 8,$

$\beta = -4$ ஐ (2) ல் பிரதியிட

$\Rightarrow -4\alpha = 32 \Rightarrow \alpha = -8,$

(1) $\Rightarrow 4+8 = \frac{a}{2}$

$12 = \frac{a}{2}$

a = 24

$\therefore a = 24$ மற்றும் $a = -24$

4. மெய்யெண்களை மூலங்களாகக் கொண்ட $3x^2 + kx + 81 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் மற்றொரு மூலத்தின் வர்க்கம் எனில், k –யின் மதிப்புக் க்காண்க.

<u>தீர்வு</u> α, β என்பன $3x^2 + kx + 81 = 0$ ன் மூலங்களாகும்.

$\alpha + \beta = -\frac{k}{3}$ ------ (1)

$\alpha\beta = 27$ ------ (2)

$\alpha = \beta^2$ எனக்கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

(2) லிருந்து

$\beta^3 = 27$

$\beta = 3$

$\therefore \alpha = 9$

(1) $\Rightarrow 9 + 3 = -\frac{k}{3}$

$12 = -\frac{k}{3}$

$k = -36$

<u>EXAMPLE 3.51</u>

பின்வரும் இருபடிச் சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளின் தன்மையை வரைபடம் மூலம் ஆராய்க.

(i) $x^2 + x - 12 = 0$ (ii) $x^2 - 8x + 16 = 0$ (iii) $x^2 + 2x + 5 = 0$

EXAMPLE 3.52

$y = 2x^2$ என்ற வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $2x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

<u>EXAMPLE 3.53</u>

$y = x^2 + 4x + 3$ன் வரைபடம் வரைந்து அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வைக் காண்க.

<u>EXAMPLE 3.54</u>

$y = x^2 + x - 2$ ன் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 + x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

<u>EXAMPLE 3.55</u>

$y = x^2 - 4x + 3$ யின் வரைபடம் வரைந்து அதன் மூலம் $x^2 - 6x + 9 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

EXERCISE – 3.16

1. கொடுக்கப்பட்ட இருபடிச் சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக. அதன் தீர்வுகளின் தன்மையைக் கூறுக : (i) $x^2 - 9x + 20 = 0$ (ii) $x^2 - 4x + 4 = 0$ (iii) $x^2 + x + 7 = 0$

(iv) $x^2 - 9 = 0$ (v) $x^2 - 6x + 9 = 0$ (vi) $(2x - 3)(x + 2) = 0$

<u>தீர்வு</u>

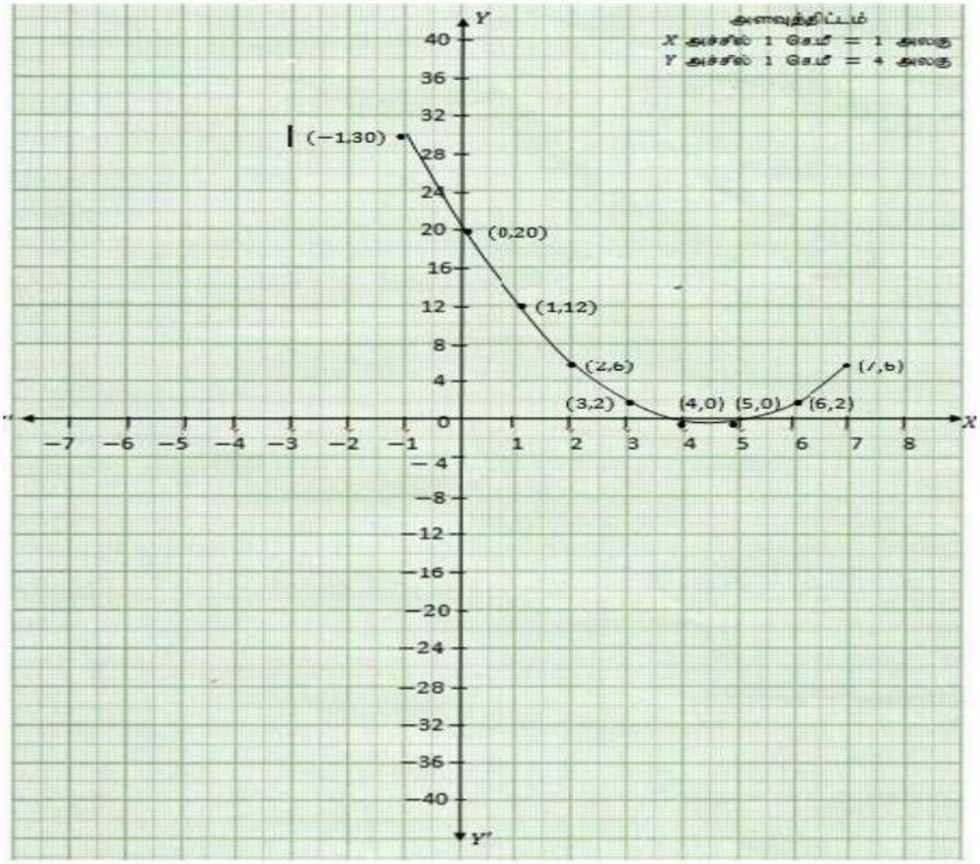
(i) $x^2 - 9x + 20 = 0.$

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
-9x	36	27	18	9	0	-9	-18	-27	-36	-45
+20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
y	72	56	42	30	20	12	6	2	0	20

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 72), (−3, 56), (−2, 42), (−1, 30), (0, 20), (1,12), (2, 6), (3,2), (4, 0)

<u>பரவளையம் x அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள்:</u> (4,0) மற்றும் (5, 0) x ஆயத்தொலைவுகள் 4 மற்றும் 5



<u>தீர்வுகளின் தன்மை</u>

பரவளையம் x அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே

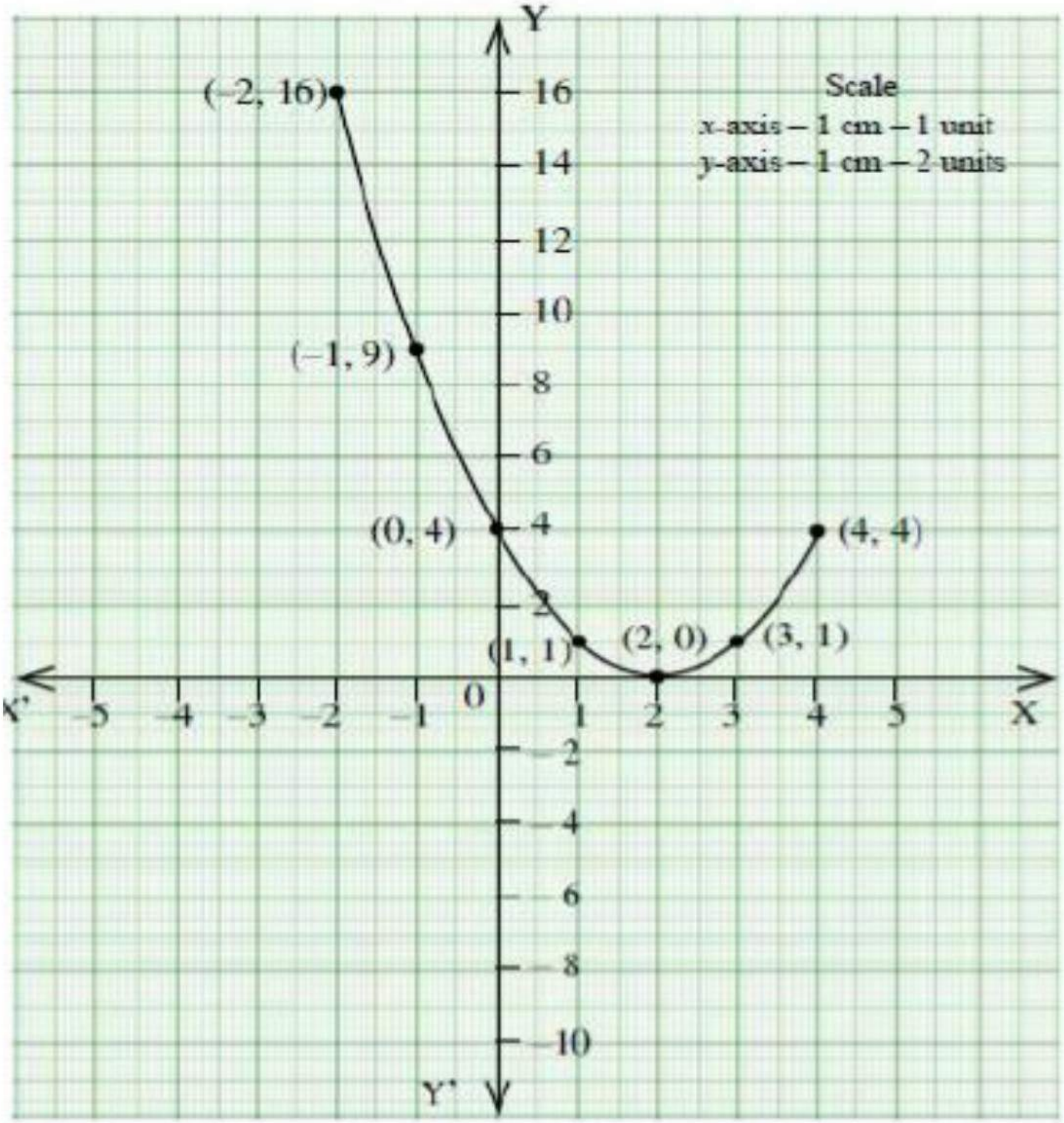
மூலங்கள் மெய், சமமில்லை

(ii) x^2 - 4x + 4 = 0.

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-4x	16	12	8	4	0	-4	-8	-12	-16
+4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
y	36	25	16	9	4	1	0	1	4

புள்ளிகள் (–4, 36), (–3, 25), (–2, 16), (–1, 9), (0, 4), (1,1), (2, 0), (3,1), (4, 4)



தீர்வுகளின் தன்மை

பரவளையம் x அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டு வெட்டுகிறது. எனவே

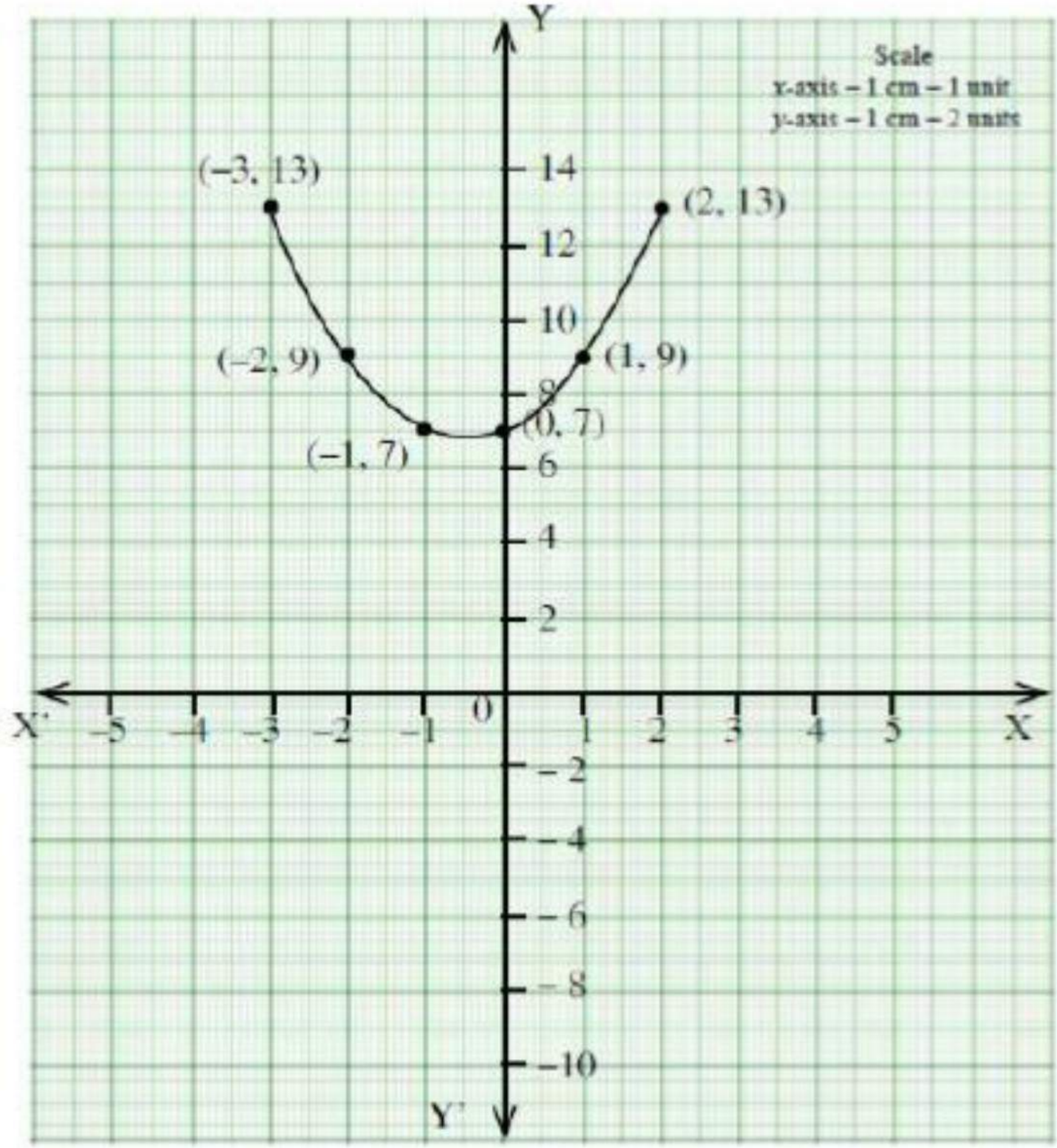
மூலங்கள் மெய், சமம்

(iii) $x^2 + x + 7 = 0$.

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
+x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
y	19	13	9	7	7	9	13	19	27

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 19), (−3, 13), (−2, 9), (−1, 7), (0, 7), (1,9), (2, 13), (3,9), (4, 27)



<u>தீர்வுகளின் தன்மை</u> பரவளையம் x அச்சை வெட்டவும் இல்லை, தொட்டுச் செல்லவில்லை. எனவே

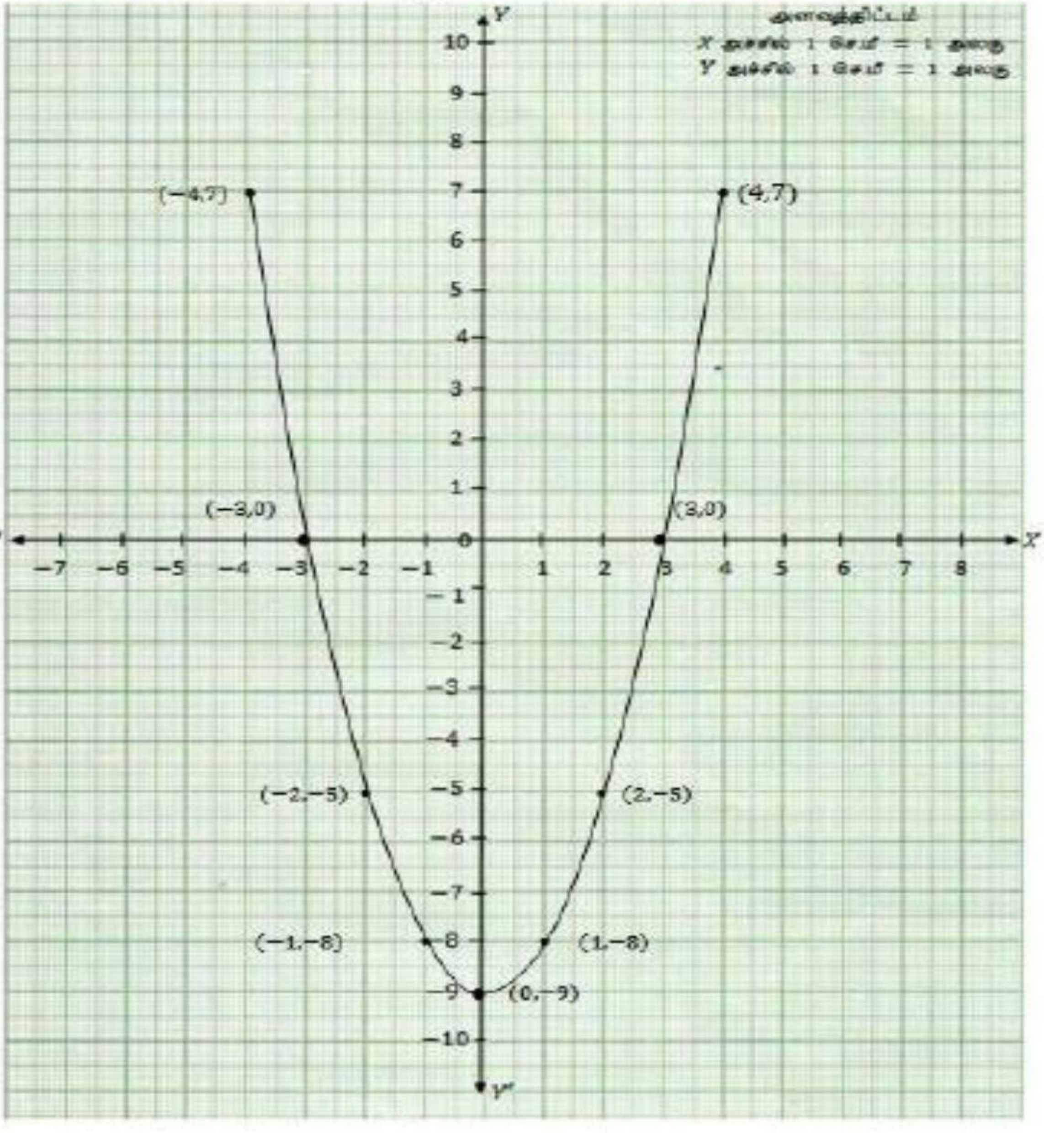
மூலங்கள் மெய்யல்ல

(iv) $x^2 - 9 = 0$.

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-9
y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	7

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 7), (−3, 0), (−2, −5), (−1, −8), (0, −9), (1,−8), (2, −5), (3,0), (4, 7)



<u>தீர்வுகளின் தன்மை</u>

பரவளையம் x அச்சை இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே

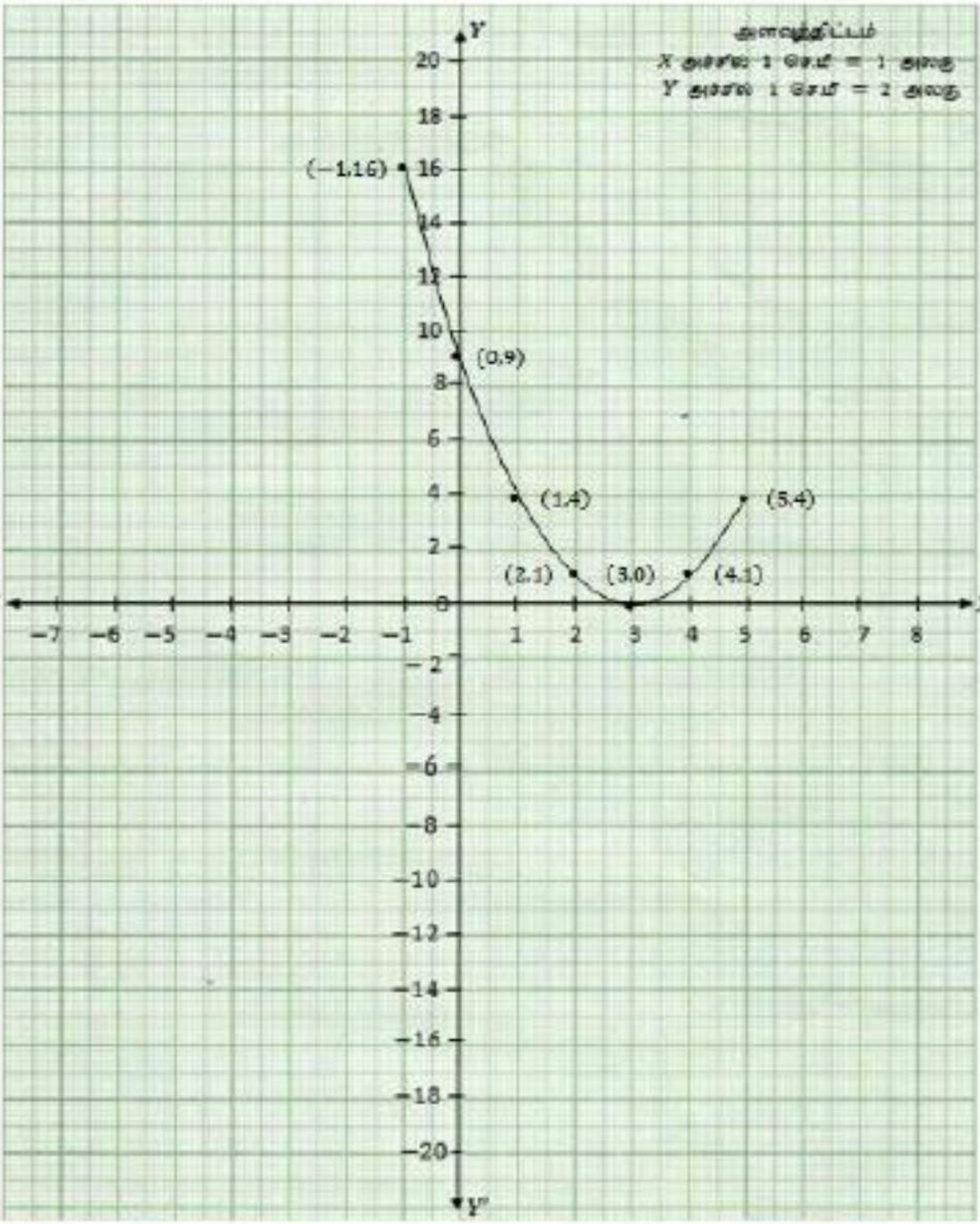
மூலங்கள் மெய், சமமில்லை

(v) $x^2 - 6x + 9 = 0$.

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-6x	24	18	12	6	0	-6	-12	-18	-24
+9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
y	49	36	25	16	9	4	1	0	1

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 49), (−3,36), (−2, 25), (−1, 16), (0, 9), (1, 4), (2, 1), (3,0), (4, 1)



<u>தீர்வுகளின் தன்மை</u>

பரவளையம் x அச்சை ஒரே ஒரு புள்ளியில் தொட்டு வெட்டுகிறது. எனவே

மூலங்கள் மெய், சமம்

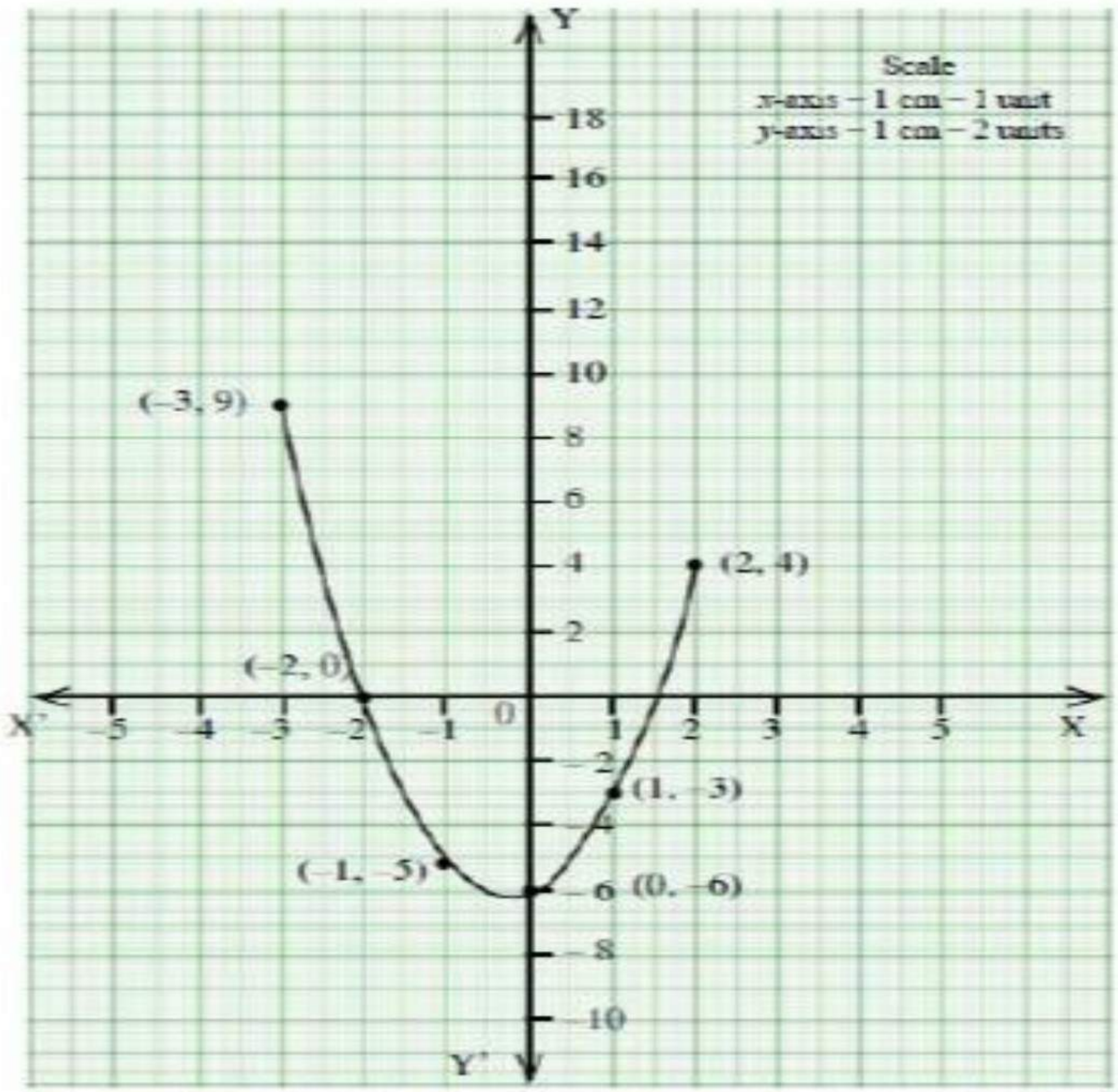
(vi) $(2x - 3)(x + 2) = 0$.

$y = (2x - 3)(x + 2) = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x^2 + x - 6$

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
+x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	22	9	0	-5	-6	-3	4	15	30

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 22), (−3,9), (−2, 0), (−1,−5), (0,−6), (1,−3), (2, 4), (3,15), (4, 30)



<u>தீர்வுகளின் தன்மை</u> பரவளையம் x அச்சை ஒரே இருவேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. எனவே

மூலங்கள் மெய், சமமில்லை

2. $y = x^2 - 4$ **வரைபடம் வரைந்து அதனைப்பயன்படுத்தி $x^2 - x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.**

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-4	- 4	- 4	- 4	- 4	- 4	- 4	- 4	- 4	- 4
y	8	5	0	-3	- 4	-3	0	5	12

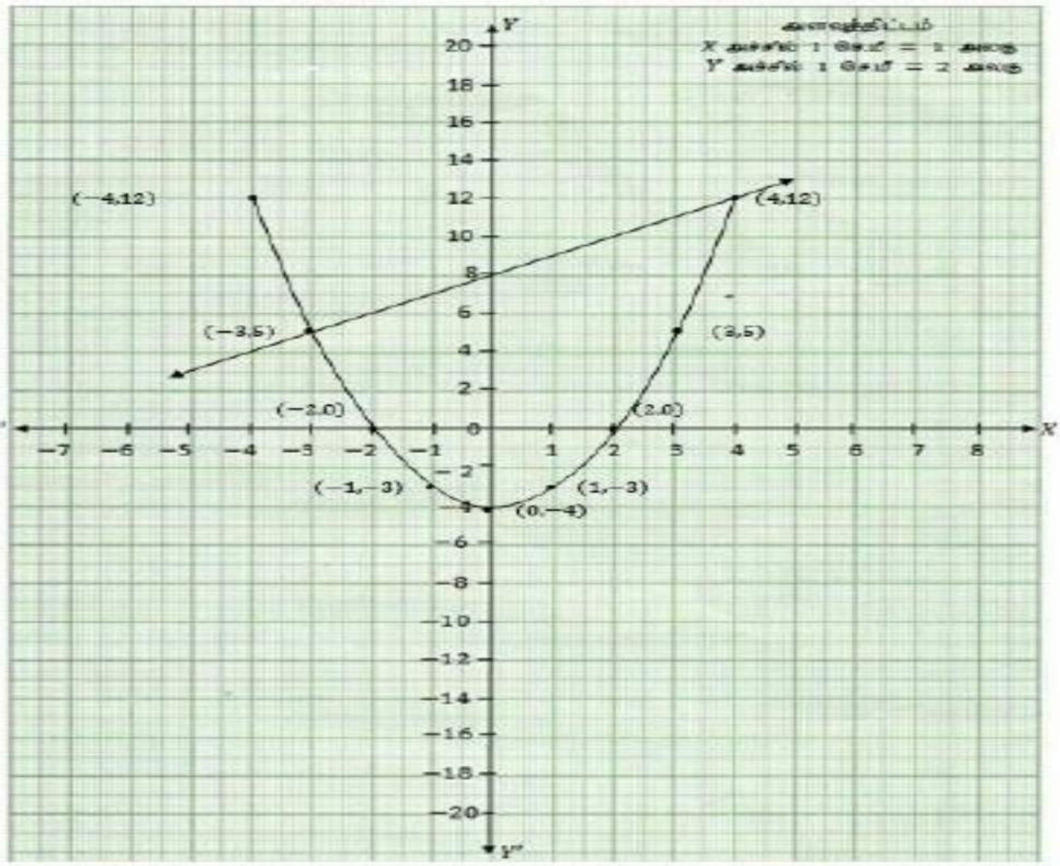
புள்ளிகள் (−4, 8), (−3,5), (−2, 0), (−1,−3), (0,−4), (1,−3), (2, 0), (3,5), (4, 12)

கழித்தல்

$$y = x^2 + 0x - 4$$
$$0 = x^2 - x - 12$$
$$(-) \quad (-) \; (+) \; (+)$$
$$\mathbf{y = x + 8}$$

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
y	4	5	6	7	8	9	10	11	12



தீர்வு

நேர்க்கோடானது பரவளையத்தை (−3,5) மற்றும் **(4,12)** என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் $x^2 - x - 12$ ன் தீர்வு $x = -3$, $x = 4$

3. $y = x^2 + x$ –யின் வரைபடம் வரைந்து, $x^2 + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைக் தீர்க்கவும்.

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
y	17	10	5	2	1	2	5	10	17

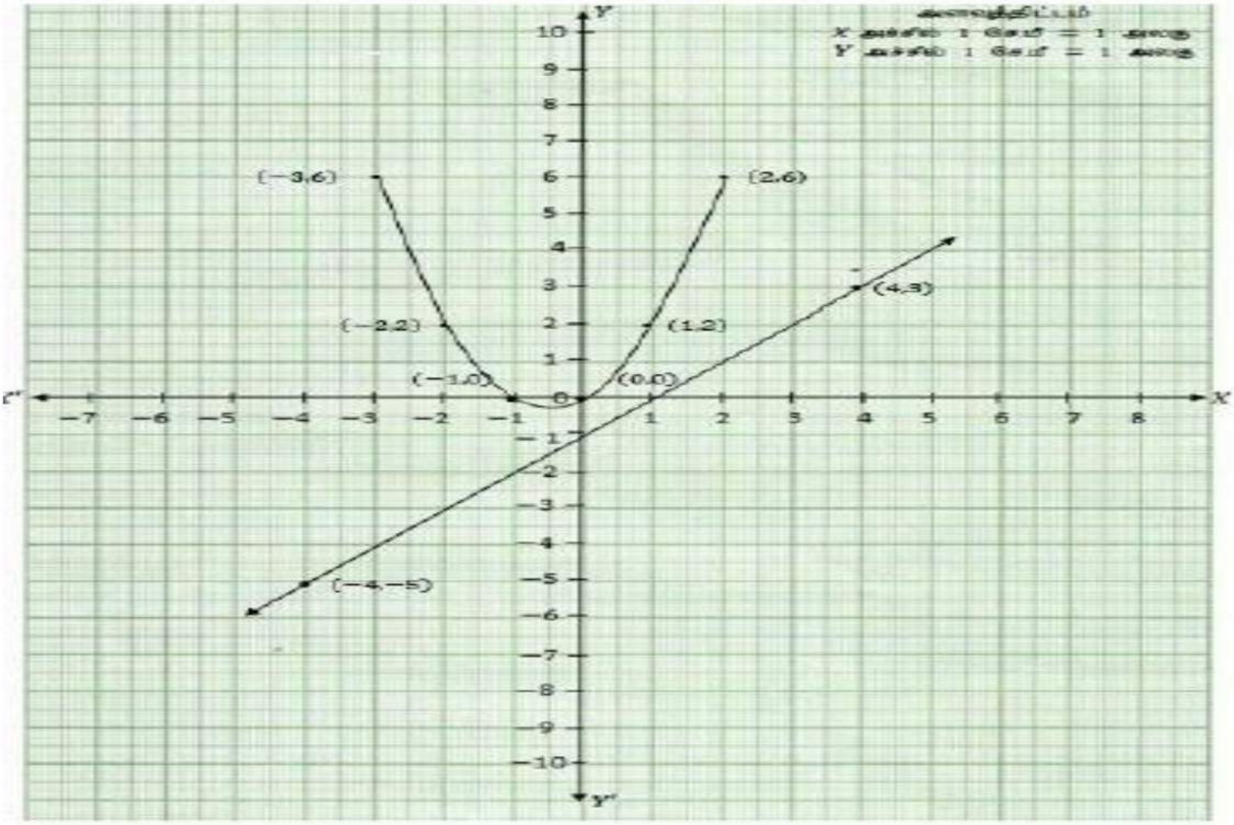
<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 17), (−3,10), (−2, 5), (−1,2), (0,1), (1,2), (2, 5), (3,10), (4, 17)

<u>கழித்தல்</u>

$$\begin{aligned} y &= x^2 + x + 0 \\ 0 &= x^2 + 0x + 1 \\ (-) & \quad (-)\ (-)\ (-) \\ \hline y &= x - 1 \end{aligned}$$

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3



<u>தீர்வு</u>

$y = x^2 + x$ என்ற நேர்க்கோட்டின் வரைபடம் $x^2 + 1 = 0$ என்ற பரவளையத்தை எந்த ஒரு புள்ளியிலும் வெட்டாமல் செல்கிறது. எனவே, $x^2 + 1 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய்யெண் தீர்வுகள் இல்லை.

4. $y = x^2 + 3x + 2$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
3x	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
y	6	2	0	0	2	6	12	20	30

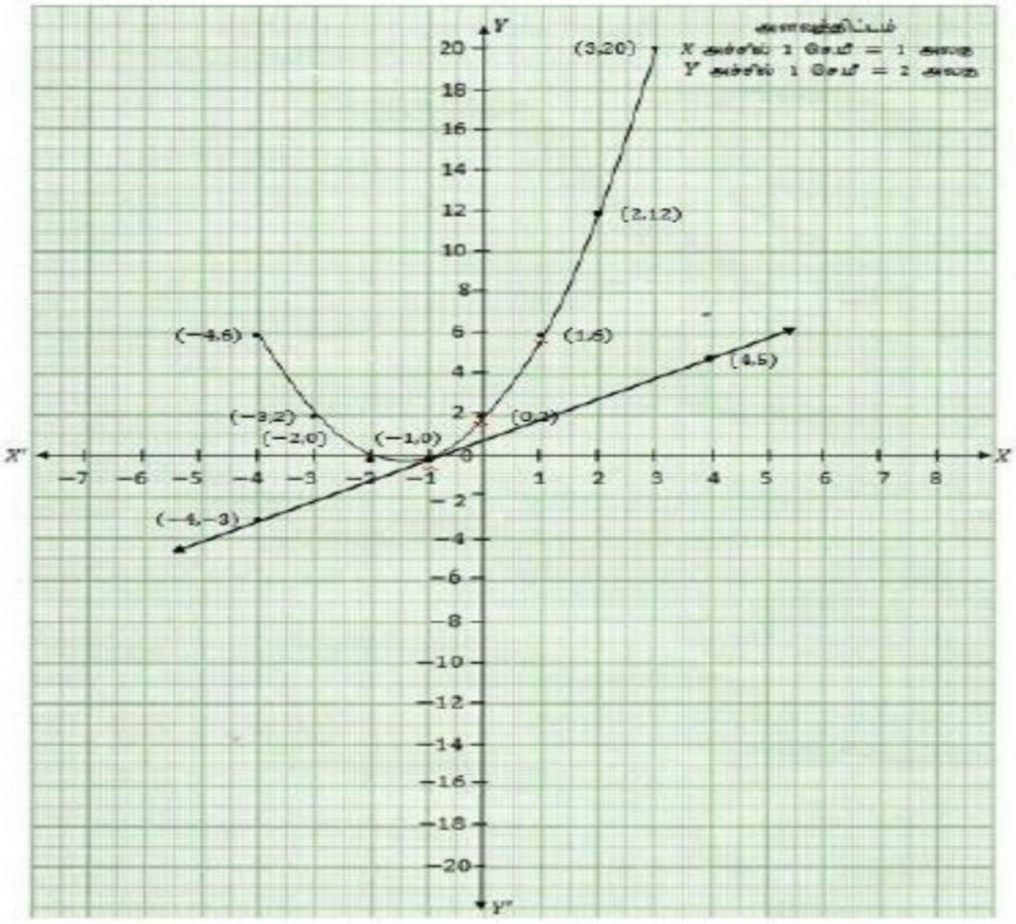
<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 6), (−3,2), (−2, 0), (−1,0), (0,2), (1,6), (2,12), (3,20), (4, 30)

<u>கழித்தல்</u>

$$y = x^2 + 3x + 2$$
$$0 = x^2 + 2x + 1$$
$$(-) \quad (-)\ (-)\ (-)$$
$$\mathbf{y = x + 1}$$

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5



<u>தீர்வு</u>

நேர்கோடானது பரவளையத்தை **(−1,1)** என்ற புள்ளியில் தொடுவதால் $x^2 + 2x + 1 = 0$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு மெய் மற்றும் சமமான தீர்வுகள் உண்டு. அவை $x = 1, x = -1$

5. $y = x^2 + 3x - 4$ **யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி** $x^2 + 3x - 4 = 0$ **என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.**

<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
3x	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
y	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14	24

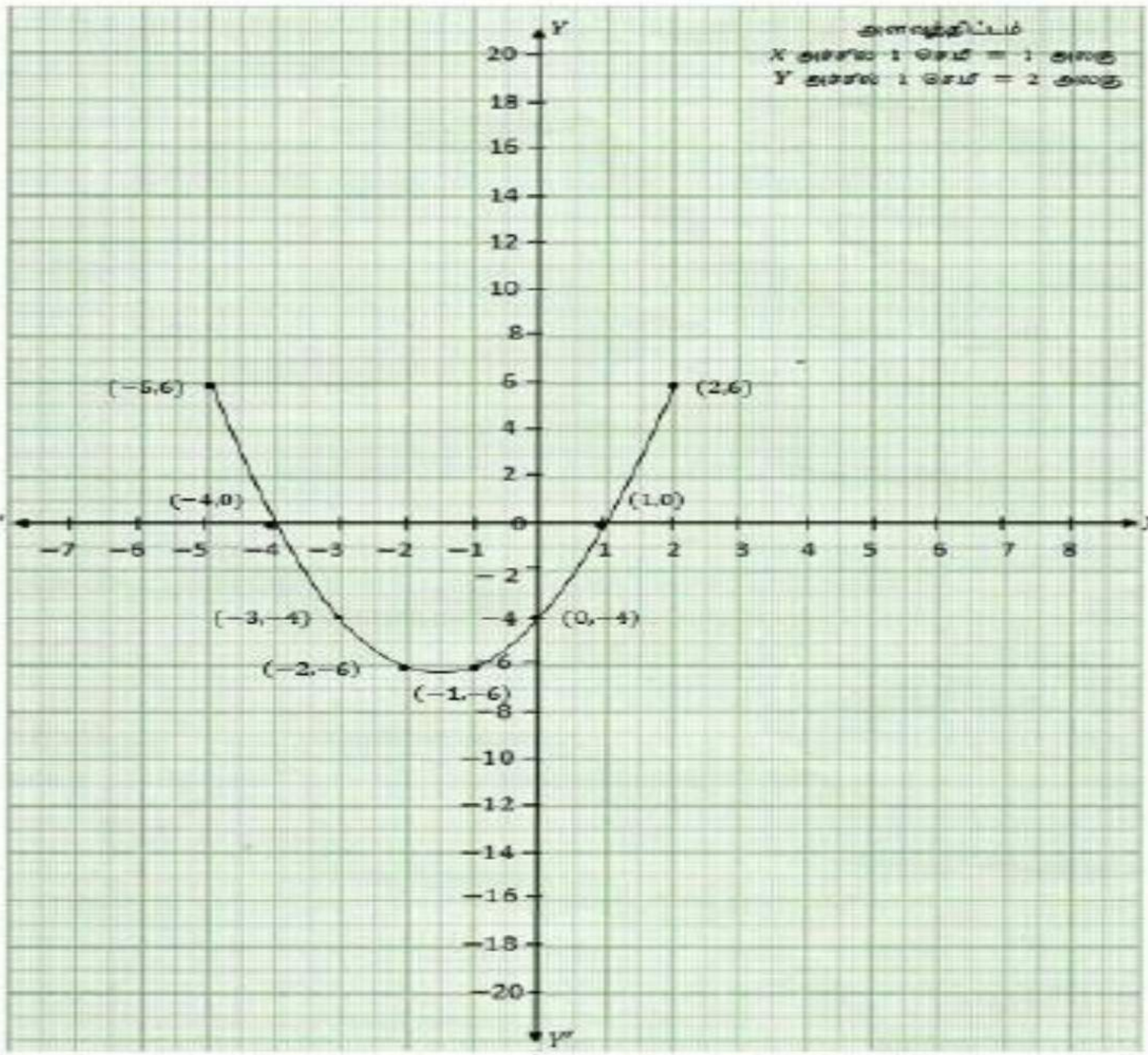
<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 0), (−3,−4), (−2, −6), (−1,−6), (0,−4), (1,0), (2,6), (3,14), (4, 24)

<u>கழித்தல்</u> $y = x^2 + 3x - 4$

$0 = x^2 + 3x - 4$

(-) (-) (-) (+)

y = 0



<u>தீர்வு</u>

$x^2 + 3x - 4$ என்ற பரவளையம் x அச்சை **(−4,1)** மற்றும் **(1,0)** என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இதற்கு மெய் மற்றும் சமமற்ற இரு தீர்வுகள் உண்டு. அவை $x = -4, x = 1$

6. $y = x^2 - 5x - 6$ **யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி** $x^2 - 5x - 14 = 0$ **என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.**

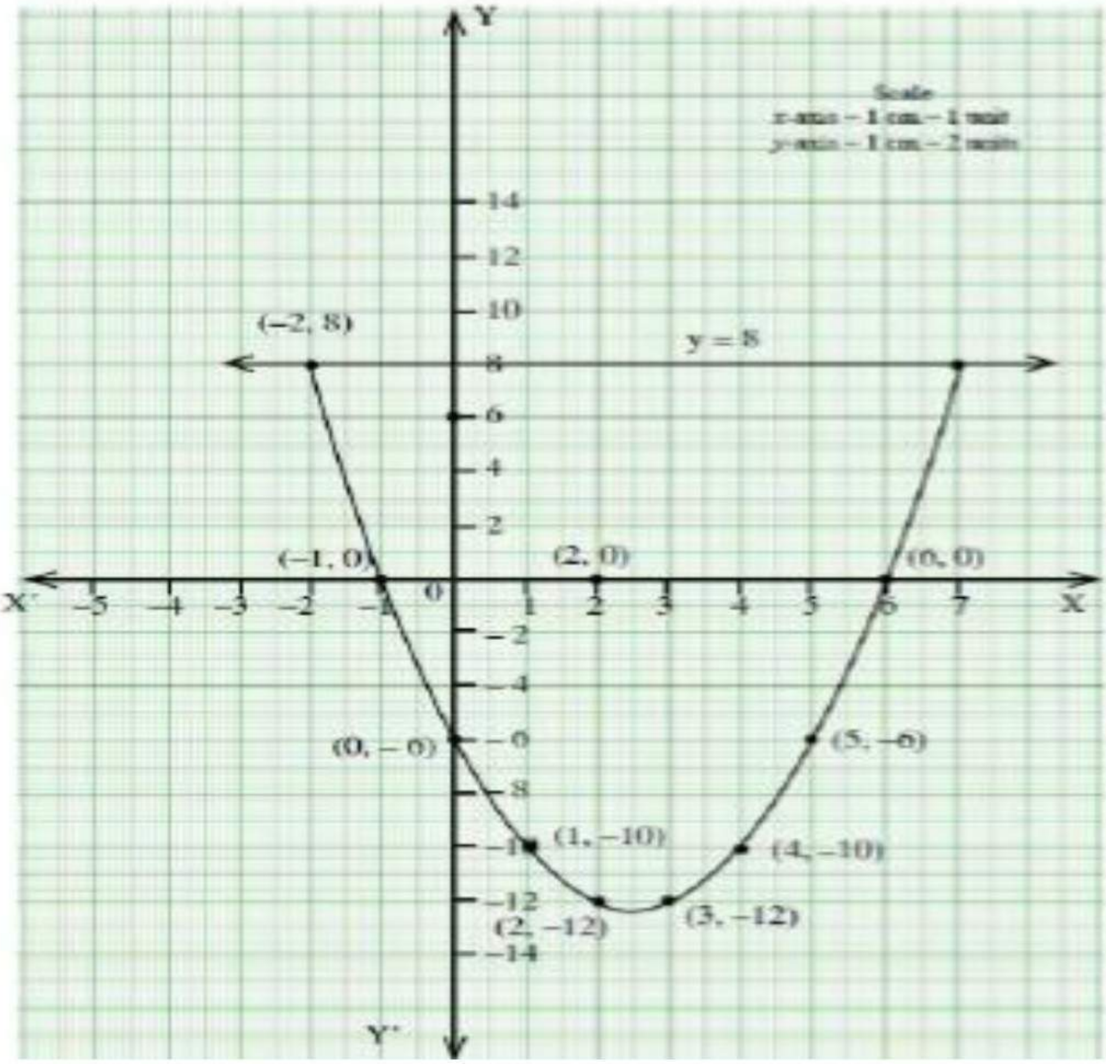
<u>அட்டவணை</u>

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
-5x	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20
-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
y	30	18	8	0	-6	-10	-12	-12	-10

<u>புள்ளிகள்</u> (−4, 30), (−3,4),(−2, 8), (−1,0),(0,−6),(1,−10),(2, −12),(3,−12),(4, 10)

<u>கழித்தல்</u>

$$y = x^2 - 5x - 6$$
$$0 = x^2 - 5x - 14$$
$$(-) \quad (-) \; (+) \; (+)$$
$$\mathbf{y = 8}$$



<u>தீர்வுகள்</u> **−2 மற்றும் 7**

7. $y = 2x^2 - 3x - 5$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $2x^2 - 4x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
$2x^2$	32	18	8	2	0	2	8	18	32
-3x	12	9	6	3	0	-3	-6	-9	-12
-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5	-5
y	39	22	9	0	-5	-6	-3	4	15

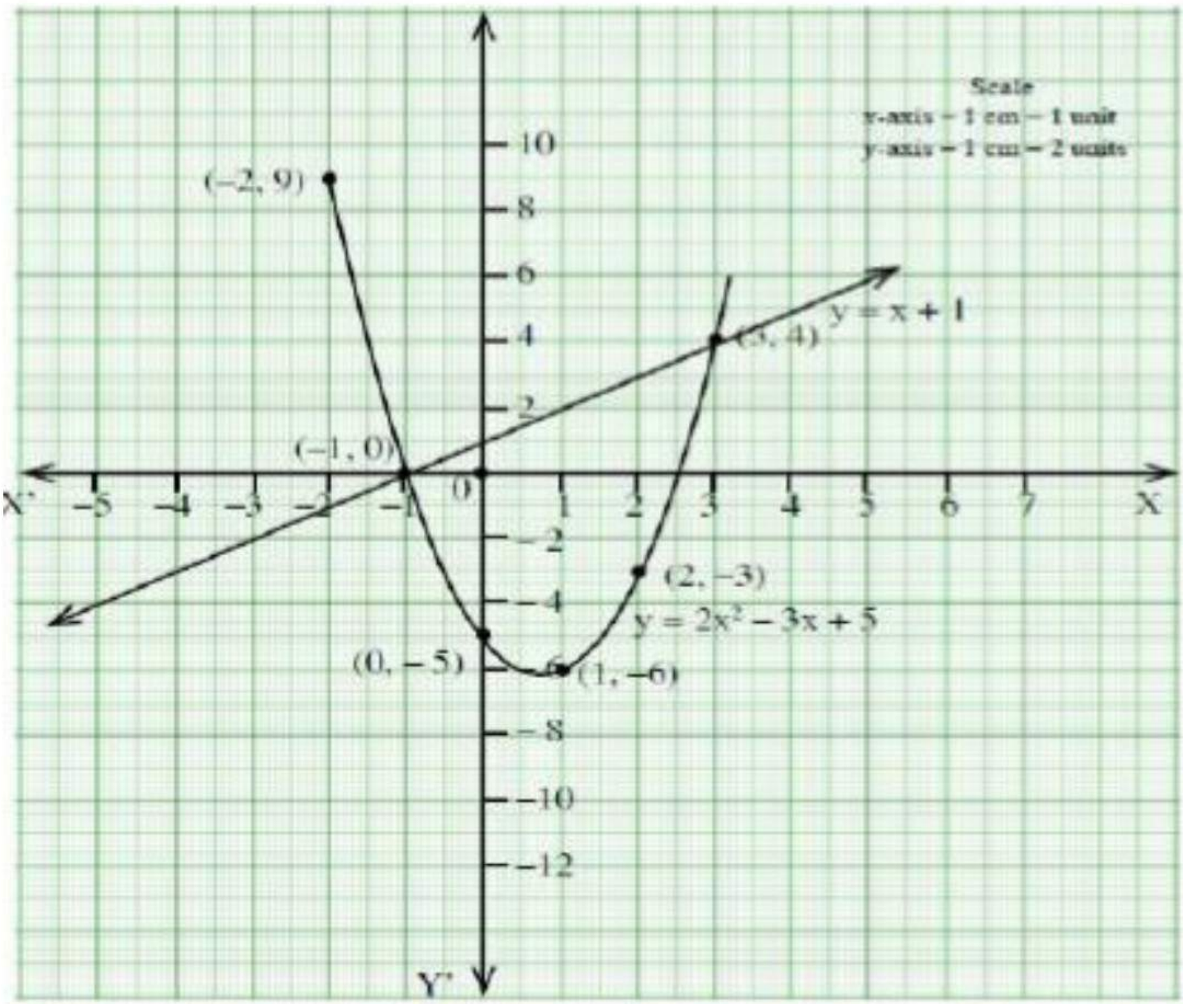
புள்ளிகள் (−4, 39), (−3,22), (−2, 9), (−1,0), (0,−5), (1,−6), (2, −3), (3,4), (4, 15)

கழித்தல்

$$y = 2x^2 - 3x - 5$$
$$0 = 2x^2 - 4x - 6$$
$$(-) \quad (-) \ (+) \ (+)$$
$$\mathbf{y = x + 1}$$

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
+1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
y	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5



தீர்வுகள் −1 மற்றும் 3

8. $y = (x-1)(x+3)$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 - x - 6 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

$y = (x-1)(x+3)$ $= x^2 + 3x - x - 3$ $= x^2 + 2x - 3$

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16
+2x	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8
-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5	12	24

புள்ளிகள் (−4,5), (−3,0), (−2, −3), (−1, −4), (0,−3), (1,0), (2, 5), (3,12), (4, 24)

கழித்தல்

$y = x^2 + 2x - 3$

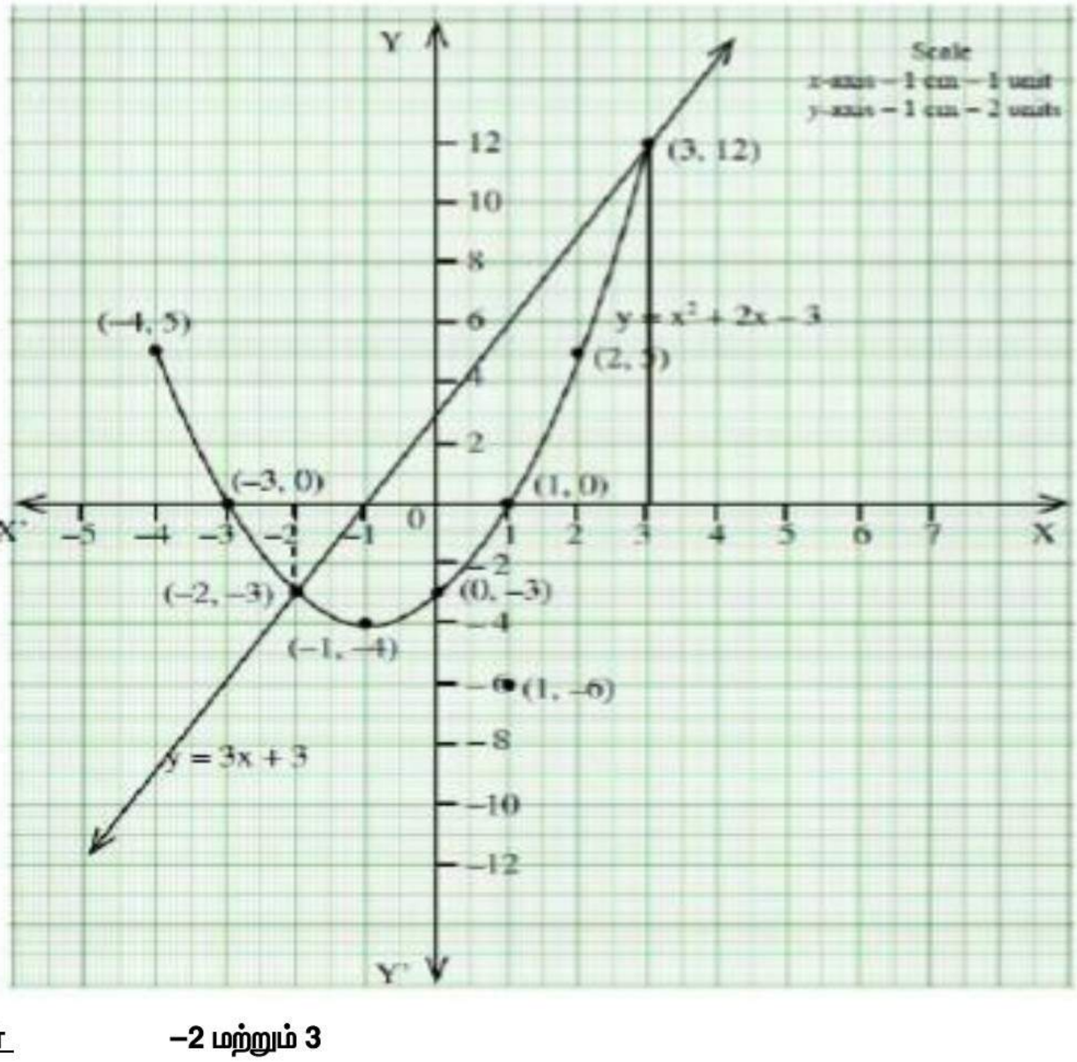
$0 = x^2 - x - 6$

(-) (-) (+) (-)

$y = 3x + 3$

அட்டவணை

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
3x	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9	12
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
y	-9	-6	-3	0	3	6	9	12	15



தீர்வுகள் **−2 மற்றும் 3**

EXAMPLE – 3.20

1. மூன்று மாறிகளில் அமைந்த மூன்று நேரிய சமன்பாடுகளின் தொகுப்பிற்கு தீர்வுகள் இல்லையெனில், அத்தொகுப்பில் உள்ள தளங்கள்

   (1) ஒரே ஒரு புள்ளியில் வெட்டுகின்றன **(2) ஒன்றையொன்று வெட்டாது**

   (3) ஒரே ஒரு கோட்டில் வெட்டுகின்றன (4) ஒன்றின் மீது ஒன்று பொருந்தும்

2. $x+y-3z = -6, -7y+7z = 7, \quad 3z=9$ என்ற தொகுப்பின் தீர்வு

   (1) $x=-1, y=2, z=3$ (2) $x=1, y=-2, z=3$ **(3) $x=1, y=2, z=3$** (4) $x=-1, y=-2, z=3$

3. $x^2 - 2x - 24$ மற்றும் $x^2 - kx - 6$ –யின் மீ.பொ.வ. $(x-6)$ எனில், k–யின் மதிப்பு

   (1) 8 (2) 6 **(3) 5** (4) 3

4. $\frac{3y-3}{y} \div \frac{7y-7}{3y^2}$ என்பது

   (1) $\frac{9y^3}{(21y-21)}$ **(2) $\frac{9y}{7}$** (3) $\frac{21y^2-42y+21}{(21y-21)}$ (4) $\frac{7(y^2-2y+1)}{y^2}$

5. கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது $y^2 + \frac{1}{y^2}$ –க்கு சமம் இல்லை

   (1) $\left[y-\frac{1}{y}\right]^2+2$ (2) $\left[y+\frac{1}{y}\right]^2+2$ **(3) $\left[y+\frac{1}{y}\right]^2$** (4) $\frac{y^4+1}{y^2}$

6. $\frac{x}{x^2-25} - \frac{8}{x^2+6x+5}$ – ன் சுருங்கிய வடிவம்

   (1) $\frac{x^2-7x+40}{(x-5)(x+5)}$ (2) $\frac{x^2+7x+40}{(x-5)(x+5)(x+1)}$ (3) $\frac{x^2+10}{(x^2-25)(x+1)}$ **(4) $\frac{x^2-7x+40}{(x^2-25)(x+1)}$**

7. $\frac{256\, x^8 y^4 z^{10}}{25\, x^6 y^6 z^6}$–ன் வர்க்கமூலம்

   (1) $\frac{16}{5}\left|\frac{x^2z^4}{y^2}\right|$ **(2) $\frac{16}{5}\left|\frac{xz^2}{y}\right|$** (3) $\frac{16}{5}\left|\frac{y^2}{x^2z^4}\right|$ (4) $\frac{16}{5}\left|\frac{y}{xz^2}\right|$

8. $x^2 + 64$ முழு வர்க்கமாக மாற்ற அதனுடன் பின்வருவனவற்றுள் எதைக் கூட்ட வேண்டும்?

   (1) $4x^2$ (2) $8x^2$ (3) $-8x^2$ **(4) $16x^2$**

9. $(2x-1)^2 = 9$–யின் தீர்வு

   (1) –1, 2 (2) –1 (3) 2 (4) இதில் எதுவும் இல்லை

10. $4x^4 - 24x^3 + 76x^2 + ax + b$ ஒரு முழு வர்க்கம் எனில் a மற்றும் b –யின் மதிப்பு

    (1) -120, 100 (2) 100,120 (3) 10, 12 (4) 12, 10

11. $q^2x^2 + p^2x + r^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வர்க்கங்கள், $qx^2 + px + r = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் q,p,r என்பன.

    (1) கூட்டுத் தொடர்வரிசை மற்றும் பெருக்குத் தொடர்வரிசை இரண்டிலும் உள்ளன

    (2) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன

    (3) ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன. (4) இதில் எதுவும் இல்லை

12. ஒரு நேரிய பல்லுறுப்புக் கோவையின் வரைபடம் ஒரு

    (1) பரவளையம் (2) அதிபரவளையம் (3) வட்டம் **(4) நேர்கோடு**

13. $x^2 + 4x + 4$ என்ற இருபடி பல்லுறுப்புக் கோவை X அச்சோடு வெட்டும் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை

    (1) 0 அல்லது 1 (2) 0 **(3) 1** (4) 2

CHAPTER - 4

வடிவியல்

EXAMPLE 4.8

ΔABC ஆனது Δ DEF – க்கு வடிவொத்தவை. மேலும் BC= 3 செ.மீ, EF= 4 செ.மீ மற்றும் முக்கோணம் ABC –யின் பரப்பு = 54 செ.மீ^{2} எனில், ΔDEF –யின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு

இரு வடிவொத்த முக்கோணங்களுடைய பரப்புகளின் விகிதமானது அவற்றின் ஒத்த பக்கங்களுடைய வர்க்கங்களின் விகிதத்திற்குச் சமம் என்பதால்

$$\frac{\Delta ABC \text{ – யின் பரப்பளவு}}{\Delta DEF \text{ – யின் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

எனவே $$\frac{54}{\Delta DEF \text{ – யின் பரப்பளவு}} = \frac{3^2}{4^2}$$

$$\Delta DEF \text{ – யின் பரப்பளவு} = \frac{16 \times 54}{9} = 96 \text{ செ.மீ}^2$$

EXAMPLE 4.10

கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR - க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{3}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{3}{5} < 1$)

EXAMPLE 4.11

கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR - க்கு ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{4}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{7}{4} > 1$)

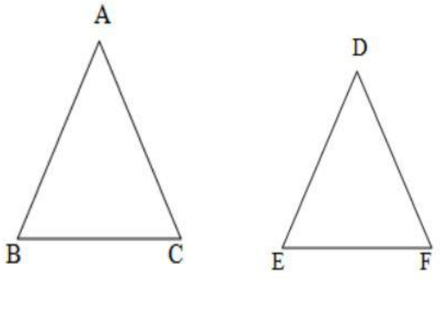
EXERCISE 4.1

1. Δ ABC ~ Δ DEF–ல் Δ ABC–யின் பரப்பு 9செ.மீ^{2}, Δ DEF–யின் பரப்பு 16செ.மீ^{2} மற்றும் BC = 2.1 செ.மீ எனில், EF – யின் நீளம் காண்க.

தீர்வு

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ என்க

$$\frac{(\Delta ABC) \text{ – ன் பரப்பளவு}}{(\Delta DEF) \text{ – ன் பரப்பளவு}} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AC^2}{DF^2}$$



$$\Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{(2.1)^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow EF^2 = (2.1)^2 \times \frac{16}{9}$$

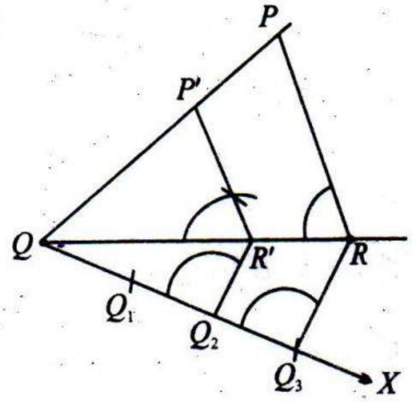
$$\Rightarrow EF = 2.1 \times \frac{4}{3} = 2.8 \text{ செ.மீ}$$

2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR யின் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{2}{3}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக.

தீர்வு

வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔPQR வரைக.
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோண ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற கதிரை P என்ற மு புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைக.
3. QX -ன் மீது Q_1, Q_2, Q_3 ஆகிய 3 புள்ளிகளை (2, ல் பெரியது 3 என்பதால்) $QQ_1 = Q_1Q_2 =$ என்றவாறு குறிக்கவும்.
4. Q_3, R ஐ இணைத்து Q_2 –யிலிருந்து(2, 3, $\frac{2}{3}$, – ல் சி Q_3 R-க்கு இணையாக ஒருகோடு வரைக. இது Q R' ல் சந்திக்கின்றது.
5. R' ல் இருந்து RP க்கு இணையாக ஒரு கோடு வ இது PQவை P'ல் சந்திக்கிறது
6. $\Delta P'QR'$ என்பது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.

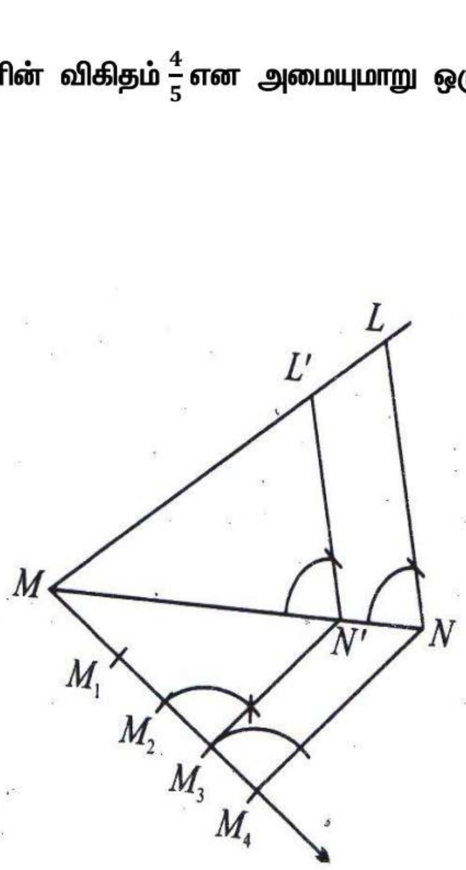


3. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் LMN ன் ஒத்தப் பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{4}{5}$ என அமையுமாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{4}{5}$)

தீர்வு

வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔLMN வரைக.
2. MN என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத் ஏற்படுத்துமாறு MX என்ற கதிரை L என்ற முன புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைந்து, அதில் MM $M_1M_2 = M_2M_3 = M_3M_4 = M_4 M_5$ என்றவாறு குறிக்கவு
3. M_5N ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக M_4N' வ N'லிருந்து LNக்கு இணையாக L'N' வரைக.
4. $\Delta L'MN'$ ஆனது தேவையான வடிவொத்த முக்கோ ஆகும்.



4. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ABC யின் ஒத்த பக்க வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{6}{5}$).

வரைதலின் படிகள்

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔABC வரைக.

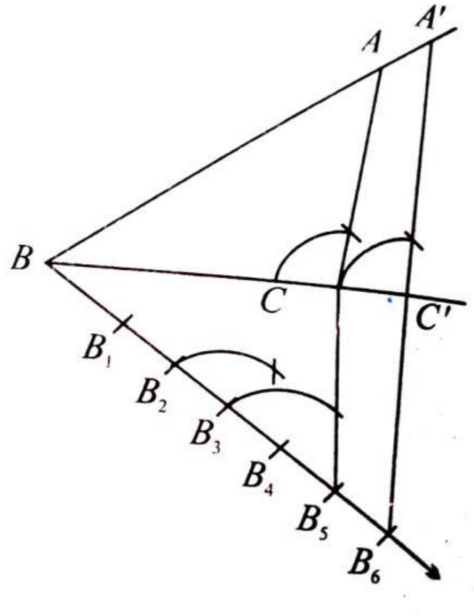
2. BC என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத்தை ஏற்படுத்துமாறு BX என்ற கதிரை A என்ற புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரைக.

3. BX ல் B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 மற்றும் B_6 புள்ளிகளை (6, 5, $\frac{6}{5}$ – ல் பெரியது) $BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6$ என்றவாறு குறிக்கவும்.

4. B_5 ஐ (5, 6, $\frac{6}{5}$ – ல் சிறியது) Cயுடன் இணைத்து B_5C-க்கு இணையாக B_6ல் இருந்து ஒருகோடு வரைக. இது BC –ஐ C ' ல் என்ற இடத்தில் சந்திக்கும்.

5. C' லிருந்து CA விற்கு இணையாக ஒரு கோடு வரைக. அது BA யின் நீட்சியினை Aல் தொடட்டும்.

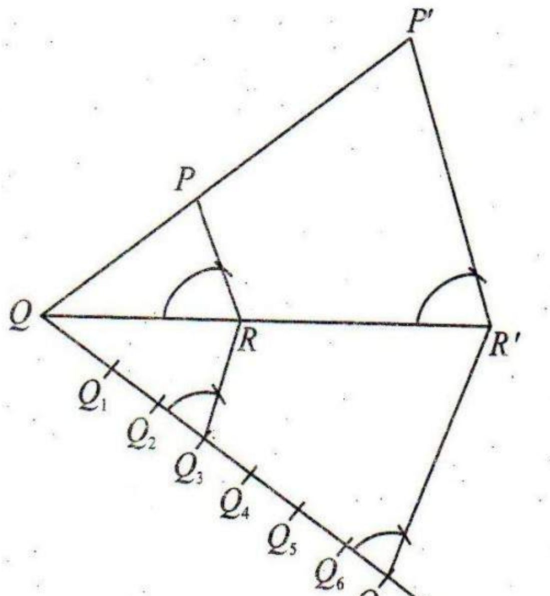
6. $\Delta A'BC'$ என்பது தேவையான வடிவொத்த முக்கோணம் ஆகும்.



5. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் PQR ன் ஒத்த பக்கங்களின் விகிதம் $\frac{7}{3}$ என்றவாறு ஒரு வடிவொத்த முக்கோணம் வரைக. (அளவு காரணி $\frac{7}{3}$)

<u>**வரைதலின் படிகள்**</u>

1. ஏதேனும் ஓர் அளவைக்கொண்டு ΔPQR வரை
2. QR என்ற கோட்டுத்துண்டில் குறுங்கோணத் ஏற்படுத்துமாறு QX என்ற P கதிரை எ முனைப் புள்ளிக்கு எதிர்திசையில் வரை அதில் $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, Q_7$ எ புள்ளிகளை சம அளவில் குறிக்க.
3. Q_3R ஐ இணைத்து, இதற்கு இணையாக Q வரைக. R'லிருந்து RQக்கு இணையாக R வரைக.
4. $\Delta QP'R'$ ஆனது தேவையான வடிவொ முக்கோணம் ஆகும்.



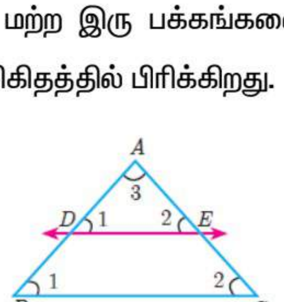
அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக.

கூற்று

ஒரு நேர்கோடு முக்கோணத்தன் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறும் வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரண்டு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கிறது.

நிரூபணம்

கொடுக்கப்பட்டவை: ΔABC – யில் AB யின் மேலுள்ள புள்ளி D, AC - யின் மேல் உள்ள புள்ளி E ஆகும்.

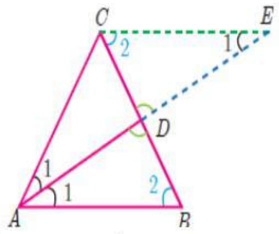


நீருபிக்க : $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$. அமைப்பு : **DE ||BC** வரைக.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle ABC = \angle ADE = \angle 1$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் DE ||BC
2.	$\angle ACB = \angle AED = \angle 2$	ஒத்த கோணங்கள் சமம். ஏனெனில் DE ||BC
3.	$\angle DAE = \angle BAC = \angle 3$	இரு முக்கோணங்களும் ஒரு பொதுவான கோணத்தைக் கொண்டுள்ளது.
4.	$\Delta ABC \sim \Delta ADE$ $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ $\frac{AD+DB}{AD}=\frac{AE+EC}{AE}$ $1+\frac{DB}{AD}=1+\frac{EC}{AE}$ $\frac{DB}{AD}=\frac{EC}{AE}$ $\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$	AAA விதிமுறைப்படி ஒத்த பக்கங்கள் விகிதச்சமம் D மற்றும் E–ஐப் பயன்படுத்தி AB மற்றும் AC– ஐ பிரித்தல். சுருக்குதல் இரு பக்கங்களிலும் 1–ஐ நீக்குக. தலைகீழாக மாற்றுக
	தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது	

கோண இருசமவெட்டி தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக. (Angle Bisector Theorem)

<u>கூற்று</u> ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர்பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடக்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.



நீருபணம்

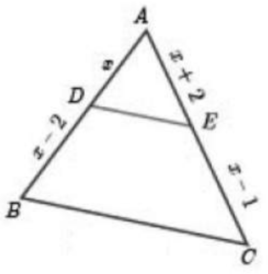
கொடுக்கப்பட்டவை: ΔABC – யில் AD – யானது ∠A –யின் உட்புற இ

நீருபிக்க : $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$. அமைப்பு : AB - க்கு இணையாக C வழியாகச் ஒரு இணைகோடு வரைக. AD-யின் நீட்டிசியானது C வழியாக செல்லும் கோட்டினை E–யில் சந்திக்கிறது.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	$\angle AEC = \angle BAE = \angle 1$	ஒரு குறுக்குவெட்டியானது இரண்டு இணைகோடுகளை வெட்டுவதால் ஏற்படும் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம்.
2.	ΔACE என்பது இரு சமபக்க முக்கோணம். AC = CE …. (1)	ΔACE – யில் ∠CAE = ∠CEA.
3.	$\Delta ABD \sim \Delta ECD$ $\frac{AB}{CE}=\frac{BD}{CD}$	AA விதிமுறைப்படி
4.	$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$	(1)- லிருந்து, AC = CE. தேற்றம் நிரூபிக்கட்டது.

EXAMPLE 4.12

ΔABC –யில் DE|| BC, AD = x, DB = x – 2, AE = x+ 2 மற்றும் EC = x - 1எனில், பக்கங்கள் AB மற்றும் AC –யின் நீளங்களைக் காண்க.



தீர்வு

ΔABC –யில் DE ∥ BC

தேல்ஸ் தேற்றத்தில் மூலம் நாம் பெறுவது,

$\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$ லிருந்து $x\,(x-1) = (x-2)(x+2)$

ஆகவே, $x^2 - x = x^2 - 4$, எனவே, $x = 4$.

$x = 4$ எனில் AD = 4, DB = $x - 2 = 2$, AE = $x + 2 = 6$, EC = $x - 1 = 3$

எனவே, AB = AD + DB = 4 + 2 = 6

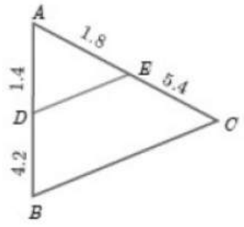
AC = AE + EC = 6 + 3 = 9

ஆகவே, AB = 6, AC = 9.

EXAMPLE 4.13

ΔABC–யில் D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. பின்வருவனவற்றிற்கு DE|| BC என நிறுவுக. AB = 5.6 செ.மீ, AD = 1.4 செ.மீ, AC = 7.2 செ.மீ மற்றும் AE = 1.8 செ.மீ

தீர்வு



DE|| BC என நிரூபிக்க வேண்டும்.

(i) AB = 5.6 செ.மீ, AD = 1.4 செ.மீ, AC = 7.2 செ.மீ மற்றும் AE = 1.8 செ.மீ

$\frac{AD}{BD} = \frac{1.4}{4.2} = \frac{1}{3}$ ………………(1) ∵BD = AB - AD

$\frac{AE}{EC} = \frac{1.8}{5.4} = \frac{1}{3}$ ……………..(2) ∵ EC = AC - AE

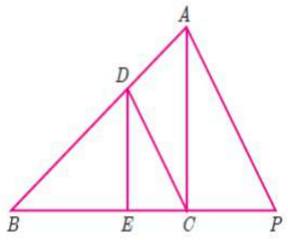
(1), (2) ⇒ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ ∴ DE ∥BC

EXAMPLE 4.14

கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் DE ∥ AC மற்றும் DC ∥AP எனில் $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ என நிறுவுக.

தீர்வு Δ BPA –யில், DC ∥AP என்பதால், அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின்படி

நாம் பெறுவது, $\frac{BC}{CP} = \frac{BD}{DA}$ --------**(1)**



Δ BCA –யில், DE ∥AC என்பதால், அடிப்படை விகிதசம தேற்றத்தின்

நாம் பெறுவது, $\frac{BE}{EC} = \frac{BD}{DA}$ --------**(2)**

(1) மற்றும் **(2)** –லிருந்து $\frac{BE}{EC} = \frac{BC}{CP}$ நிரூபிக்கப்பட்டது

EXAMPLE 4.15

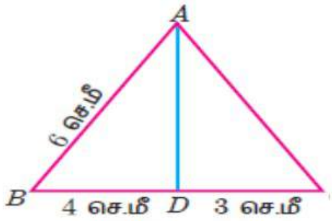
படத்தில் ∠A–யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும். BD=4 செ.மீ, DC=3 செ.மீ மற்றும் AB=6 செ.மீ எனில் , AC – யைக் காண்க ?

<u>தீர்வு</u> Δ–ABCயில், ∠A–யின் இருசமவெட்டி AD ஆகும்.

எனவே, கோண இருசமவெட்டித் தேற்றத்தன்படி

$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

$\frac{4}{3} = \frac{6}{AC}$ – யிருந்து, 4 AC = 18. எனவே, AC = $\frac{9}{2}$ = 4.5 செ.மீ



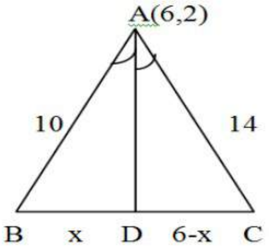
EXAMPLE 4.16

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில் AD என்பது $\angle BAC$ –ன் இருசம வெட்டியாகும். AB=10 செ.மீ, AC = 14 செ.மீ மற்றும் BC =6 செ.மீ எனில் BD மற்றும் DC –ஐக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> AD என்பது $\angle BAC$ –ன் இருசம வெட்டியாகும்.

AB=10 செ.மீ, AC = 14 செ.மீ , BC =6 செ.மீ

கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி



$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$

$\frac{x}{6-x} = \frac{10}{14}$

$\frac{x}{6-x} = \frac{5}{7}$

7x = 30 – 5x

12x = 30

x = $\frac{30}{12}$

x = 2.5 செ.மீ

∴BD = 2.5 செ.மீ

DC = 3.5 செ.மீ

EXAMPLE 4.17

PQ = 8 செ.மீ, $\angle R$ = 60°, உச்சி R – லிருந்து PQ-க்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் RG = 5.8 செ.மீ என இருக்குமாறு Δ PQR வரைக. R–லிருந்து PQ –க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.

EXAMPLE 4.18

QR = 5 செ.மீ, ∠P = 30° மற்றும் P–யிலிருந்து QRக்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.2 செ.மீ கொண்ட Δ PQR வரைக.

EXAMPLE 4.19

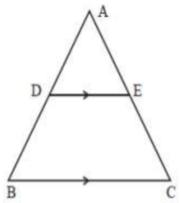
அடிப்பக்கம் BC = 8 செ.மீ, ∠A = 60° மற்றும்∠A யின் இருசமவெட்டியானது BC ஐ D என்ற புள்ளியில் BD = 6 செ.மீ என்றவாறு சந்திக்கிறது எனில் முக்கோணம் ABC வரைக.

EXERCISE – 4.2

1. ΔABC –யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC – யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E. ஆனது DE|| BC என்றவாறு அமைந்துள்ளது. (i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் AC = 15 செ.மீ எனில் AE – யின் மதிப்பு காண்க. (ii) AD = 8x – 7, DB = 5x – 3, AE = 4 x- 3 மற்றும் EC =3x – 1 எனில், x – ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு

(i) $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் AC = 15 செ.மீ , AE = x, EC = 15 - x



DE || BC, தேல்ஸ் தேற்றப்படி,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{15-x}$

$3(15-x) = 4x$

$45 - 3x = 4x$

$45 = 7x$

$x = \frac{45}{7}$

$x = 6.43$ செ.மீ

(ii) கொடுக்கப்பட்டவை AD = 8x – 7, DB = 5x – 3, AE = 4x- 3 மற்றும் EC = 3x – 1

தேல்ஸ் தேற்றப்படி,

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{8x-7}{5x-3} = \frac{4x-3}{3x-1}$

$\Rightarrow (8x-7)(3x-1) = (5x-3)(4x-3)$

$\Rightarrow 24x^2 - 29x + 7 = 20x^2 - 27x + 9$

$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$

$(2x+1)(x-1) = 0$

$x = 1, x = -\frac{1}{2}. \quad \therefore x = 1.$

2. ΔABC–யில் D மற்றும் E என்ற புள்ளிகள் முறையே பக்கங்கள் AB மற்றும் AC ஆகியவற்றின் மீது அமைந்துள்ளன. பின்வருவனவற்றிற்கு DE|| BC என நிறுவுக.

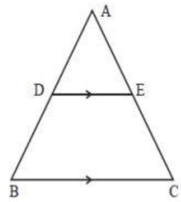
(i) AB = 12 செ.மீ, AD = 8 செ.மீ, AE = 12 செ.மீ மற்றும் AC = 18 செ.மீ.

(ii) AB = 5.6 செ.மீ, AD = 1.4 செ.மீ, AC = 7.2 செ.மீ மற்றும் AE = 1.8 செ.மீ

தீர்வு

DE|| BC என நிரூபிக்க வேண்டும்.

(ii) AB = 12 செ.மீ, AD = 8 செ.மீ, AE = 12 செ.மீ மற்றும் AC = 18 செ.மீ.



$\frac{AD}{AB} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ ……………… (1) ∵ BD = AB - AD

$\frac{AE}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ ……………… (2) ∵ EC = AC - AE

(1) , (2) ⇒ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ ∴ DE|| BC

(iii) AB = 5.6 செ.மீ, AD = 1.4 செ.மீ, AC = 7.2 செ.மீ மற்றும் AE = 1.8 செ.மீ

$\frac{AD}{AB} = \frac{1.4}{5.6} = \frac{1}{4}$ ………………(1) ∵BD = AB - AD

$\frac{AE}{AC} = \frac{1.8}{7.2} = \frac{1}{4}$ ………………(2) ∵ EC = AC - AE

(1), (2) ⇒ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$ ∴ DE ||BC

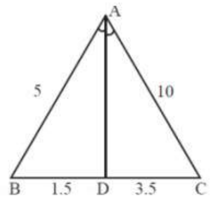
3. பின்வருவனவற்றுள் ΔABC – யில் AD ஆனது $\angle A$ –யின் இருசமவெட்டி ஆகுமா எனச் சோதிக்கவும்.

(i) AB = 5 செ.மீ, AC =10 செ.மீ, BD =1.5 செ.மீ மற்றும் CD = 3.5 செ.மீ

(ii) AB = 4 செ.மீ, AC =6 செ.மீ, BD =1.6 செ.மீ மற்றும் CD= 2.4 செ.மீ

<u>தீர்வு</u>

(i) AB = 5 செ.மீ, AC =10 செ.மீ, BD =1.5 செ.மீ மற்றும் CD = 3.5 செ.மீ



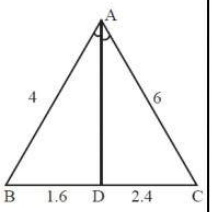
$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ -------------(1)

$\frac{BD}{CD} = \frac{1.5}{3.5} = \frac{3}{7}$ -------------(2)

(1) , (2) ⇒ $\frac{AB}{AC} \neq \frac{BD}{CD}$(கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)

$\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD அல்ல

(ii) AB = 4 செ.மீ, AC =6 செ.மீ, BD =1.6 செ.மீ மற்றும் CD= 2.4 செ.மீ



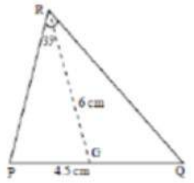
$\frac{AB}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ -------------(1)

$\frac{BD}{CD} = \frac{1.6}{2.4} = \frac{2}{3}$ -------------(2)

(1) , (2) ⇒ $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$(கோண இருசமவெட்டி தேற்றப்படி)

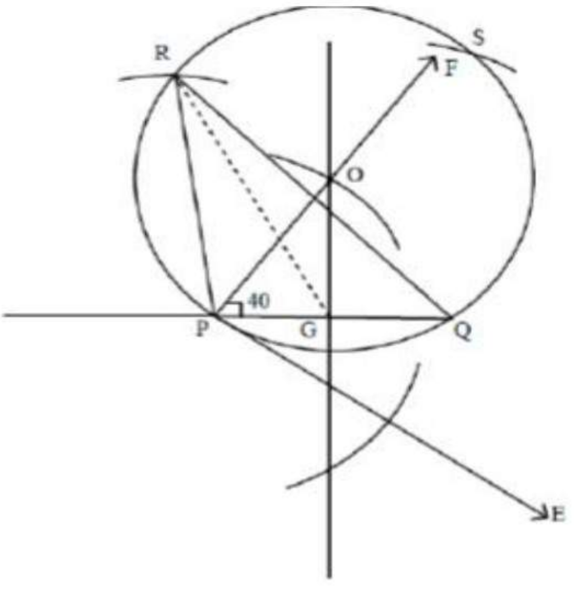
$\angle A$ -ன் கோண இருசமவெட்டி AD ஆகும்.

4. PQ = 4.5 செ.மீ, $\angle R = 35^\circ$ மற்றும் உச்சி R –யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுகோட்டின் நீளம் RG=6செ.மீ என அமையுமாறு Δ PQR வரைக.

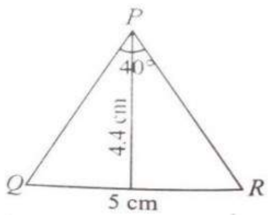


வரைமுறை

1. PQ = 4.5 செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. புள்ளி P வழியே $\angle QPE$ = 40° என இருக்குப்படி PE வரைக.
2. புள்ளி P வழியில் $\angle EPF$ = 90° என இருக்குப்படி PF வரைக.
3. PQக்கு வரையப்படும் மையக்குத்துக்கோடு F Oவிலும் , PQ – ஐ சந்திக்கிறது.
4. Oவை மையமாகவும் OP-யை ஆரமாகவும் கொ ஒரு வட்டம் வரைக.
5. G –யிலிருந்து 6செ.மீ ஆரமுள்ள வில் வட்டத்தில் வெட்டவும். அவை வெட்டும் புள்ளிகள் என குறிக்குவும்.
6. PR மற்றும் RQ – ஐ இணைக்கவும்.ΔPQR தேவை முக்கோணம் ஆகும்.

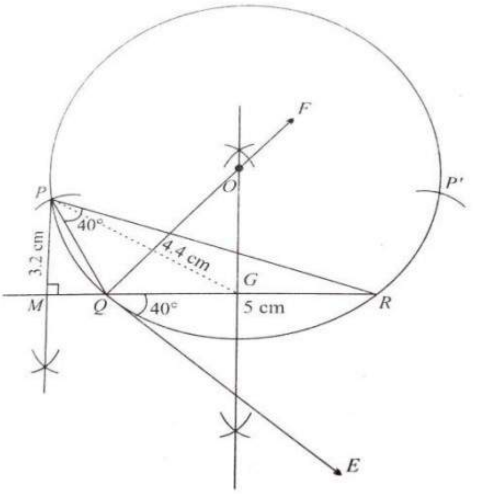


5. QR = 5 செ.மீ, ∠P = 40° மற்றும் உச்சி P–யிலிருந்து QRக்கு வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் PG = 4.4 செ.மீ என இருக்கும்படி Δ PQR வரைக. மேலும் P –லிருந்து QR –க்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.

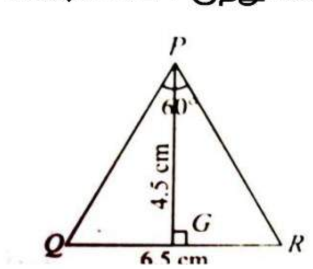


வரைமுறை

1. QR = 5 செ.மீ அளவுக்கு கோட்டுத்துண்டு வரைக. Q – விலிருந்து QE நீட்டிக்க $\angle RQE = 40°$
2. Q இடத்து $\angle EQF = 90°$ எனுமாறு QF வரைக. QR –ன் மையக்குத்துக் கோடு ஆனது QF–ஐ O சந்திக்கிறது மற்றும் QR ஐ G யிலும் சந்திக்கிறது.
3. Oவை மையமாகவும் OQ-வை ஆரமாகவும் கொ ஒரு வட்டம் வரைக.
4. G யை மையமாகக் கொண்டு 4.4 செ.மீ ஆரத்திற்கு வில் வரைக. அவை வட்டத்தினை P, S என்ற புள்ளி வெட்டட்டும்.
5. PQ, PR – ஐ இணைக்கவும். ΔPQR தேவை முக்கோணம் ஆகும்.
6. தேவையான உயரம் = 2.1 செ.மீ.

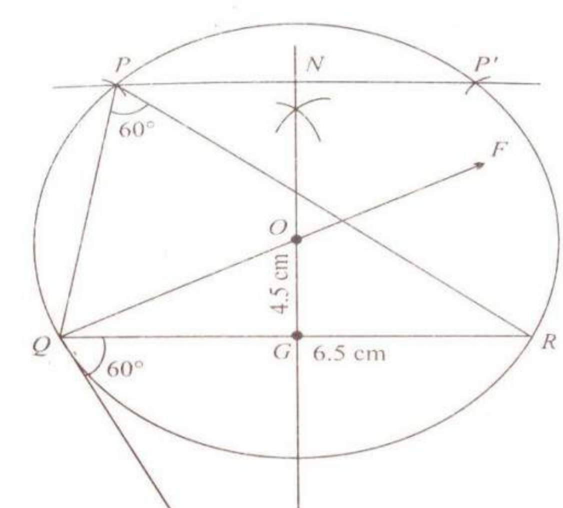


6. QR = 6.5 செ.மீ, ∠P = 60° மற்றும் உச்சி P–யிலிருந்து QRக்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4.5 செ.மீ உடைய Δ PQR வரைக.

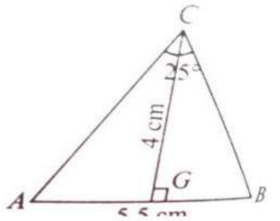


வரையவரை

1. QR = 6.5 செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைந்து அதன் வழியே $\angle RQE = 60°$ என இருக்குமாறு QE வரைக.
2. QEக்கு செங்குத்தாக QF வரைக .
3. QR க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக. அது O விலும் , QR – ஐ Gயிலும் சந்திக்கட்டும்.
4. Oவை மையமாகவும் OQ-வை ஆரமாகவும் கொ ஒரு வட்டம் வரைக.
5. G –யிலிருந்து 4.5செ.மீ செங்குத்து இடை உள்ளவாறு QR∥ AB வரைக.அது P,S புள்ளி வட்டத்தை வெட்டும்.
7. PQ மற்றும் RP ஐ இணைக்கவும். RQ – ஐ இணைக்கவும். இதுவே ΔPQR தேவையானமுக்கோணம் ஆகும்.

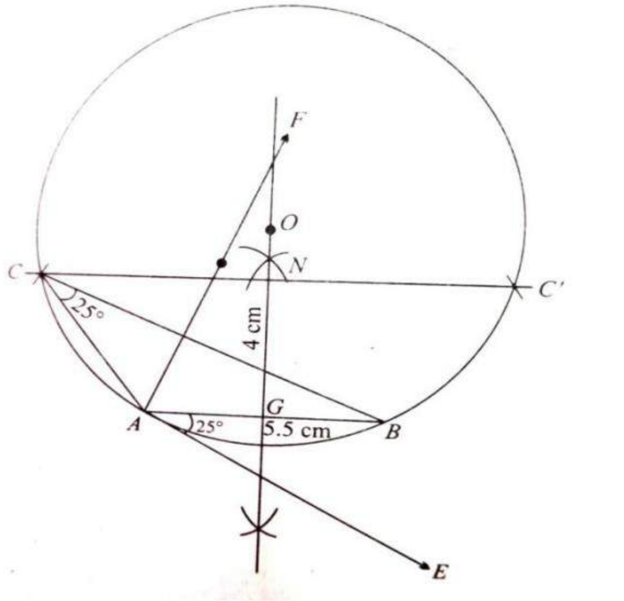


7. AB = 5.5 செ.மீ, ∠C = 25° மற்றும் உச்சி C–யிலிருந்து ABக்கு வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் நீளம் 4 செ.மீ உடைய Δ ABC வரைக.



வரையரை

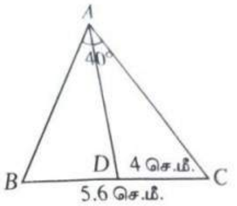
1. AB = 5.5 செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. $\angle BAE$ = **25°** வரைக.
3. $\angle FAE$ = **90°** வரைக.
4. AB –க்கு மையக்குத்துக்கோடு வரைக
5. மையக்குத்துக்கோடானது AF ஐ O–வில் சந்திக்கும் மற்றும் AB ஐ Gல் சந்திக்கும்.
6. O –ஐ மையமாகவும் OA –வை ஆரமாக கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
7. G – யிலிருந்து 4 செ.மீ. தொலைவில் AB –க்கு இணைக்கோடு வரைக. அவை வட்டத்தினை யில் வெட்டட்டும். AC மற்றும் BC இணைக்கவும்.
8. தேவையான ΔABC ஆகும்.



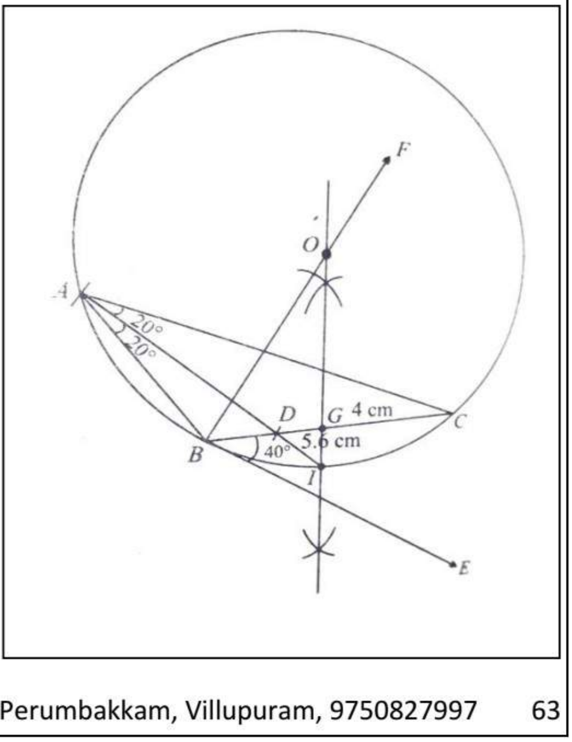
8. அடிப்பக்கம் BC=5.6 செ.மீ, ∠A=40° மற்றும்∠Aயின் இருசம வெட்டியானது அடிபக்கம் BC ஐ BD = 4 செ.மீ என D யில் சந்திக்குமாறு அமையும் முக்கோணம் ABC வரைக.

வரையரை

1. BC = 5.6 செ.மீ என்ற கோட்டுத்துண்டு வரைக. புள்ளி B வழியே $\angle CBE$ = **40°** என இருக்கும்படி BE வரைக.
2. புள்ளி B வழியே $\angle EBF$ = **90°** என இருக்குபடி BF வரைக.
3. BCக்கு வரையப்படும் மையக் குத்துக்கோடு BF ஐ Oவிலும் , BC ஐ Gயிலும் சந்திக்கட்டும்.
4. Oவை மையமாகவும் OB-யை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
5. புள்ளி B –யிலிருந்து BC ல் 4 செ.மீ தொலைவில் D என்ற புள்ளிக்கு ஒரு வில் வரைக. மையக்குத்துக்கோடானது வட்டத்தை I என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது. ID ஐ இணைக்கவும்.
6. ID ஐ வட்டத்தில் Al சந்திக்குமாறு நீட்டவும். AB மற்றும் AC – யை இணைக்கவும். ΔABC என்பது தேவையானமுக்கோணம் ஆகும்.

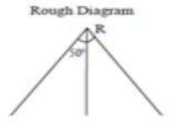


உதவிப்படம்

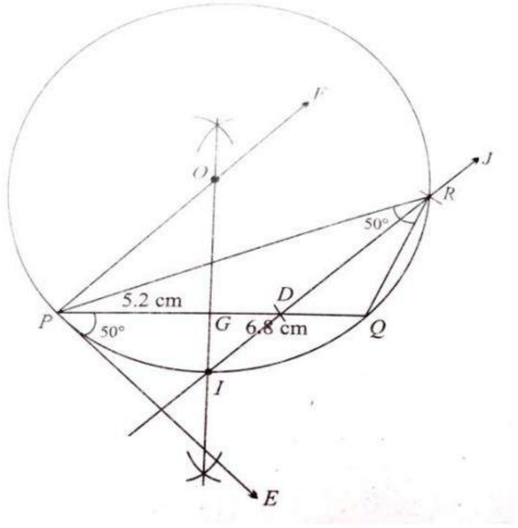


9. PQ = 6.8 செ.மீ, உச்சிக்கோணம் 50 ° மற்றும் உச்சிக்கோணத்தின் இருசமவெட்டியானது அடிப்பக்கத்தை PD = 5.2 செ.மீ என D –யில் சந்திக்குமாறு அமையும் Δ PQR வரைக

வரையரை



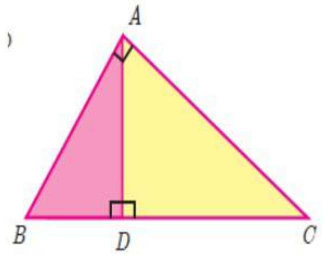
1. PQ = 6.8 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக.
2. P–யிடத்து $\angle QPE$ = 50° எனுமாறு PE வரைக. P – யிடத்து $\angle FPE$ = 90° எனுமாறு PF வரைக.
3. PQ வின் மையக்குத்துக்கோடு ஆனது PF – ஐ O– வி சந்திக்கிறது. O–வை மையமாகவும் OP – ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக.
4. P–யிலிருந்து 5.2 செ.மீ தொலைவில் PQ -ன் மீது D– குறிக்க.
5. மையக்குத்துக்கோடானது வட்டத்தினை I-யி சந்திக்கிறது. ID–ஐ இணைக்கவும். ID யிலை வட்டத்தில் R ல் தொடுமாறு நீட்டுக . தேவையா ΔPQR ஆகும்



பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி நிறுவுக (Pythagoras Theoren

கூற்று

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.



நீருபணம் : கொடுக்கப்பட்டது: ΔABC – யில் ∠A = 90°

நீருபிக்க : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு : AD ⊥ BC வரைக.

எண்	கூற்று	காரணம்
1.	ΔABC மற்றும் ΔABD – ஐ ஒப்பிடுக. $\angle B$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle BDA = 90°$ எனவே, ΔABC ~ ΔABD $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$ $AB^2 = BC \times BD$ ... (1)	$\angle BAC = 90°$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle BDA = 90°$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி
2.	ΔABC மற்றும் ΔADC – ஐ ஒப்பிடுக. $\angle C$ பொதுவானது $\angle BAC = \angle ADC = 90°$ எனவே, ΔABC ~ ΔADC $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$ $AC^2 = BC \times DC$ ... (2)	$\angle BAC = 90°$ கொடுக்கப்பட்டது மற்றும் $\angle CDA = 90°$ அமைப்பிலிருந்து AA விதிமுறைப்படி

(1) மற்றும் (2) –ஐக் கூட்ட நாம் பெறுவது,

$AB^2 + AC^2 \quad = BC \times BD + BC \times DC$

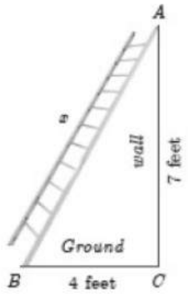
$\quad\quad\quad\quad\quad = BC(BD + DC)$

$AB^2 + AC^2 \quad = BC \times BC = BC^2$. தேற்றம் நிரூபிக்கபட்டது.

EXAMPLE 4.22

சுவரின் அடியிலிருந்து 4 அடி தொலைவில் உள்ள ஏணியானது சுவரின் உச்சியை 7 அடி உயரத்தில் தொடுமெனில் தேவையான ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க. விடையை ஒரு தசம இடத்திருத்தமாக தருக.

தீர்வு



ஏணியின் நீளம் AB = x என்க , BC = 4 அடி, AC = 7 அடி,

பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$x^2 = 7^2 + 4^2$ –லிருந்து $x^2 = 49 + 16$

$x^2 = 65$. எனவே, $x = \sqrt{65}$

$\sqrt{65}$ ஆனது **8** மற்றும் **8.1** –க்கு இடையில் அமைகிறது.

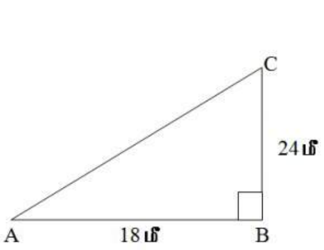
$8^2 = 64 < 65 < 65.61 = 8.1^2$

எனவே, ஏணியின் நீளம் தோராயமாக **8.1** அடி ஆகும்.

EXERCISE – 4.3

1. **ஒரு மனிதன் 18 மீ கிழக்கே சென்று பின்னர் 24மீ வடக்கே செல்கிறான். தொடக்க நிலையிருந்து அவர் இருக்கும் தொலைவைக் காண்க ?**

தீர்வு செங்கோண முக்கோணம் ABC யில்



$AC^2 \quad = AB^2 + BC^2$

$AC^2 \quad = (18)^2 + (24)^2 = 324 + 576$

$AC^2 \quad = 900 \quad AC \quad = \sqrt{900} \quad \Rightarrow AC = 30$ மீ

∴ தொடக்கநிலையில் இருந்து அவர் கடந்த தூரம் = **30**மீ

2. **சாராவின் வீட்டிலிருந்து ஜேம்ஸின் வீட்டிற்குச் செல்லும் இரண்டு வழிகள் உள்ளன. ஒரு வழி C என்ற தெரு வழியாகச் செல்வதாகும். மற்றொரு வழி A மற்றும் B ஆகிய தெருக்கள் வழியாகச் செல்வதாகும். நேரடி பாதை C வழி செல்லும்போது தொலைவு எவ்வளவு குறையும் ? (படத்தைப் பயன்படுத்துக)**

தீர்வு தெரு C வழியாக செல்லும்போது

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி

$SJ \quad = \sqrt{(1.5)^2 + (2)^2}$

$= \sqrt{2.25 + 4}$ = $\sqrt{6.25}$ = **2.5** மைல்கள்

B மற்றும் A வழிச் செல்லுதல்

SP + PJ = 1.5 + 2 = 3.5 மைல்கள்

J

நேரடியாக **C** என்ற தெருவழியே சென்றால் **1** மைல் குறையும்

3. **A என்ற புள்ளியில் இருந்து B என்ற புள்ளிக்குச் செல்வதற்கு ஒரு குளம் வழியாக, நடந்து செல்ல வேண்டும். குளம் வழியே செல்வதைத் தவிர்க்க 34 மீ தெற்கேயும், 41 மீ கிழக்கு நோக்கியும் நடக்க வேண்டும். குளம் வழியாகச் செல்வதற்குப் பாதை அமைத்து அப்பாதை வழியே சென்றால் எவ்வளவு மீட்டர் தொலைவு சேமிக்கப்படும் ?**

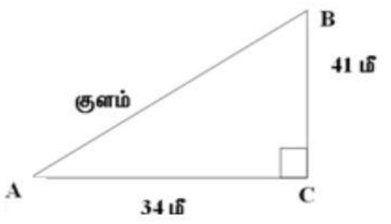
<u>**தீர்வு**</u> நேரடியாக குளம் வழியே செல்லுதல்

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$= (34)^2 + (41)^2 = 1156 + 1681 = 2837$

$AB^2 = 2837$

$AB = \sqrt{2837} = 53.26$ மீ



கிழக்கு தெற்காக செல்லுதல்

$AB = AC + BC = 34 + 41 = 75$ மீ

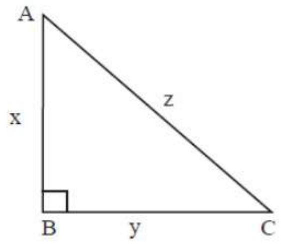
நேரடியாக குளம் வழியே சென்றால் 75.00 – 53.26 = 21.74 மீ தூரம் குறையும்

4. **ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணம் சிறிய பக்கத்தின் 2 மடங்கை விட 6 மீ அதிகம், மேலும், மூன்றாவது பக்கமானது கர்ணத்தை 2 மீ குறைவு எனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களைக் காண்க ?**

<u>**தீர்வு**</u> செங்கோண முக்கோணம் ABC யில்

சிறிய பக்கம் BC = y மீ, கர்ணம் AC = z மீ, மூன்றாவது பக்கம் AB = z மீ

படத்திலிருந்து z கர்ணம் மற்றும் x > y



$z = 2y + 6$ ……(1)

$x = z - 2$ ……(2)

(2) ⇒ $x = 2y + 6 - 2 = 2y + 4$

$x = 2y + 4$ ……(3)

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி, $x^2 + y^2 = z^2$

$\Rightarrow (2y + 4)^2 + y^2 = (2y + 6)^2$ ∵ (1) (3) -யிலிருந்து

$4y^2 + 16y + 16 + y^2 = 4y^2 + 24y + 36$

$y^2 - 8y - 20 = 0$

$(y - 10)(y + 2) = 0$

$y = 10, -2$ ($\because y = -2$ இது பொருந்தாது)

(1) மற்றும் (3) –ல் y =10 எனப்பிரதியிட x = 24, z= 26

முக்கோணத்தில் பக்கங்கள் முறையே 24 செ.மீ, 26 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ.

5. **5மீ நீளமுள்ள ஓர் ஏணியானது ஒரு செங்குத்து சுவர் மீது சாய்த்து வைக்கப்படுகிறது. ஏணியின் மேல் முனை சுவரை 4மீ உயரத்தில் தொடுகிறது. ஏணியின் கீழ்முனை சுவரை நோக்கி 1.6மீ நகர்த்தப்படும்போது, ஏணியின் மேல்முனை சுவரில் எவ்வளவு தொலைவு மேல்நோக்கி நகரும் எனக் கண்டுபிடி.**

<u>**தீர்வு**</u> ஏணியின் நீளம், AC = 5 செ.மீ, சுவரின் உயரம், BC = 4செ.மீ, AD = 1.6 செ.மீ, EC = x என்க.

படத்திலிருந்து (i), பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

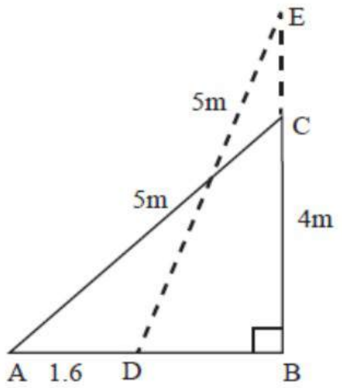
$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{25 - 16}$

$AB = 3$

(ii) $\Rightarrow AB = AD + BD \Rightarrow 3 = 1.6 + BD$

$BD = 3 - 1.6 = 1.4$

ΔDBE –ல் பிதாகரஸ் தேற்றப்படி



$(BE)^2 = (DE)^2 - (BD)^2$

$(4+x)^2 = 5^2 - (1.4)^2$

$(4+x)^2 = 25 - 1.96$

$(4+x)^2 = 23.04$

$4 + x = \sqrt{23.04} = 4.8$

$\therefore x = 4.8 - 4 = 0.8$

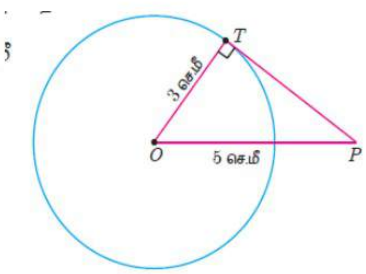
ஏணி மேல் நோக்கி நகரும் தொலைவு **0.8**மீ.

<u>மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தை எழுதுக</u>

<u>கூற்று</u> : வட்டத்தில் தொடுகோட்டின் தொடுபுள்ளி வழியே ஒரு நாண் வரையப்பட்டால், அந்த நாண் தொடுகோட்டுடன் ஏற்படுத்தும் கோணங்கள் முறையே ஒவ்வொன்றும் தனித்தனியாக மாற்று வட்டத்துண்டுகளில் அமைந்த கோணங்களுக்குச் சமம்.

<u>EXAMPLE 4.24</u>

3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5செ.மீ தொலையில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் காண்க.



<u>தீர்வு</u> கொடுக்கப்பட்டது OP = 5செ.மீ, ஆரம் r= **3** செ.மீ

தொடுகோட்டின் நீளம் PT ஐ காண

செங்கோண முக்கோணம் OTP–யில்

$OP^2 = OT^2 + PT^2$ (பிதாகரஸ் தேற்றத்தின்படி)

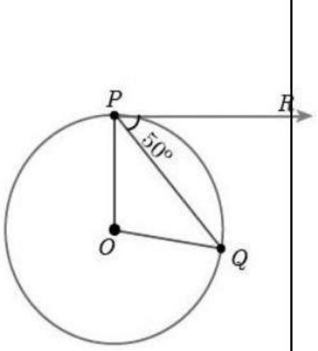
$5^2 = 3^2 + PT^2 \Rightarrow PT^2 = 25 - 9 = 16$

தொடுகோட்டின் நீளம் PT = **4** செ.மீ

<u>EXAMPLE 4.26</u>

படத்தில் O ஆனது வட்டத்தின் மையம், PQ ஆனது ஒரு நாண் ஆகும். தொடுகோடு PR ஆனது நாண் PQ –வுடன் P –யில் 50° கோணத்தை ஏற்படுதூதினால், ∠POQ காண்க.

<u>தீர்வு</u>



$\angle OPQ = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

(தொடுகோட்டிற்கும், ஆரத்திற்கு இடையேயுள்ள கோணம் 90°)

OP = OQ (வட்டத்தின் ஆரங்கள் சமம்)

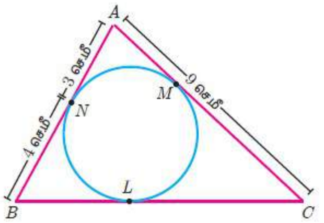
$\angle OPQ = \angle OQP = 40^\circ$ (ΔOPQ ஆனது இரு சமபக்க முக்கோணம்)

$\angle POQ = 180^\circ - \angle OPQ - \angle OQP$

$\angle POQ = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$

EXAMPLE 4.27

படத்தில் Δ ABC ஆனது ஒரு வட்டத்தைத் தொட்டுக்கொண்டு வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்துள்ளது எனில் BC –யின் நீளத்தைக் காண்க.



தீர்வு AN = AM = 3 செ.மீ (ஒரே வெளிப்புற புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் சமம்)

BN = BL = 4 செ.மீ

CL = CM = AC – AM

= 9 – 3 = 6 செ.மீ

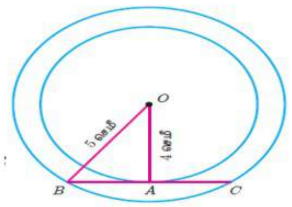
BC = BL + CL

= 4 + 6

= 10 செ.மீ

EXAMPLE 4.28

இரண்டு பொது மைய வட்டங்களின் ஆரங்கள் 4 செ.மீ, 5 செ.மீ ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் நாணானது மற்றொரு வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால் அவ்வட்டத்தின் நாணின் நீளம் காண்க.



தீர்வு OA = 4 செ.மீ , OB = 5 செ.மீ, மேலும் OA $\perp$ BC

$OB^2 = OA^2 + AB^2 \quad \Rightarrow 5^2 = 4^2 + AB^2 \quad \Rightarrow AB^2 = 25 - 16 = 9$

எனவே, AB = 3 செ.மீ , BC = 2AB எனவே, BC = 2 X 3 = 6 செ.மீ

EXAMPLE 4.29

3 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மேல் P என்ற புள்ளியைக் குறிதது அபபுளளி வழியே தொடுகோடு வரைக.

EXAMPLE 4.30

4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீதுள்ள L என்ற புள்ளி வழியாக மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி வட்டத்திற்குத் தொடுகோடு வரைக.

EXAMPLE 4.31

6செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 8 செ.மீ தொலைவினில் என்ற P புள்ளியை குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு துண்டுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

EXAMPLE 4.32

ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

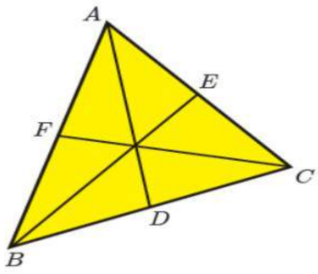
தீர்வு முக்கோணத்தின் ஒவ்வொரு முனையிலிருந்தும் அதன் எதிர் பக்கத்தின் மையப்புற்றிக்கு வரையப்படும் கோட்டுத்துண்டு நடுக்கோடு எனப்படும்.

பக்கங்கள் BC, CA மற்றும் AB –யின் மையப்புள்ளிகள் முறையே D, E மற்றும் F–க்கு வரையப்படும் நடுக்கோடுகளானது சீவியன்களாகவும் இருக்கும்.

BC−ன் நடுபுள்ளி D. எனவே, BD = DC. அதாவது $\frac{BD}{DC} = 1$ −−−−− (1)

CA −ன் நடுபுள்ளி E. எனவே, CE = EA. அதாவது $\frac{CE}{EA} = 1$ −−−−− (2)

AB −ன் நடுபுள்ளி F. எனவே, AF = FB. அதாவது $\frac{AF}{FB} = 1$ −−−−− (3)



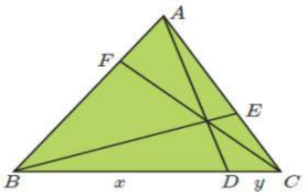
(1) (2) மற்றும் (3) −ஐ பெருக்க நாம் பெறுவது, $\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$

எனவே சீவாஸ் தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

ஆகையால், நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்கின்றன.

EXAMPLE 4.33

AB, ACமற்றும் BC ஆகியவற்றின் நீளங்கள் முறையே 13, 14 மற்றும் 15 ஆகும். $\frac{AF}{FB} = \frac{2}{5}$ மற்றும் $\frac{CE}{EA} = \frac{5}{8}$ எனில், BD மற்றும் DC காண்க.



தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டது AB = 13, AC = 14 மற்றும் BC = 15.

BC = x மற்றும் DC = yஎன்க

சீவாஸ் தேற்றத்தின்படி, $\frac{BD}{DC} \times \frac{CE}{EA} \times \frac{AF}{FB} = 1$ −−−−−−−−(1)

$\frac{AF}{FB}$ மற்றும் $\frac{CE}{EA}$ −யின் மதிப்புகளை (1) −யில் பிரதியிட

$\frac{BD}{DC} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} = 1$

$\frac{x}{y} \times \frac{10}{40} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} \times \frac{1}{4} = 1$. எனவே, $x = 4y$ −−−−−−−−(2)

BC = BD + DC = 15. எனவே, $x + y = 15$ −−−−−−−−(3)

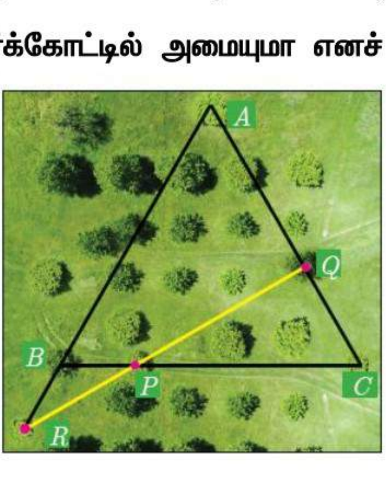
$x = 4y$ −ஐ (3) ல் பிரதியிட

$4y + y = 15 \Rightarrow 5y = 15$ எனவே, $y = 3$

$y = 3$ – ஐ (3) −யில் பிரதியிட, $x = 12$. எனவே, BD = 12, DC = 3.

EXAMPLE 4.34

பல மரங்களைக் கொண்ட ஒரு தோட்டத்தில் P, Q, R என்ற மூன்று மரங்கள் பின்வருமாறு அமைந்துள்ளன. ABC என்ற முக்கோணத்தில் BC−யின் மீது P−யும், AC−யின் மீது Q−வும், AB −யின் மீது R −ம் புள்ளிகளாக உள்ளன. மேலும் BP = 2 செ.மீ, CQ = 3 செ.மீ, RA = 10 செ.மீ, PC = செ.மீ, QA = 5 செ.மீ, RB = 2 செ.மீ ஆகும். மரங்கள் P, Q, R ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையுமா எனச் சோதிக்கவும்.



தீர்வு மெனிலாஸ் தேற்றத்தின்படி P, Q, R என்ற மரங்கள் வேண்டுமெனில்

$\frac{BP}{PC} \times \frac{CQ}{QA} \times \frac{RA}{RB} = 1$ ....(1)

கொடுக்கப்பட்டது BP = 2 செ.மீ, CQ = 3 செ.மீ, RA = 10 செ.மீ,

PC = செ.மீ, QA = 5 செ.மீ, RB = 2 செ.மீ

மதிப்புகளை(1)–யில் பிரதியிட

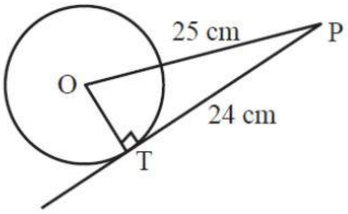
$\frac{BP}{PC} \times \frac{CQ}{QA} \times \frac{RA}{RB} = \frac{2}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{10}{2} = 1$

எனவே, மரங்கள் ஒரே நேர்கோட்டின் மீது அமைந்துள்ளன

EXERCISE 4.4

1. வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 25 செ.மீ தொலைவினில் உள்ள P என்ற புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் நீளம் 24 செ.மீ எனில், வட்டத்தின் ஆரம் என்ன ?

தீர்வு



படத்திலிருந்து OP = 25 செ.மீ , PT = 24 செ.மீ

$r = \sqrt{OP^2 - AP^2}$

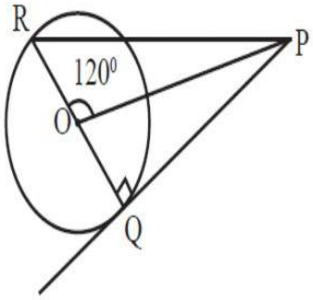
$= \sqrt{25^2 - 24^2}$

$= \sqrt{625 - 576} = \sqrt{49}$

r = 7 செ.மீ

2. O –வை மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு P–யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடு PQ. QOR ஆனது விட்டம் ஆகும். வட்டத்தில் ∠PQR = 120° எனில், ∠OPQ –ஐக் காண்க.

தீர்வு



படத்திலிருந்து

$\angle ROQ = 180°$

$\angle ROP = 120°$

$\therefore \angle POQ = 60°$ ($\because \angle POQ = \angle ROP + \angle POQ$)

$\angle POQ + \angle OQP + \angle QPO = 180°$ (Δ தின் பண்பின்படி)

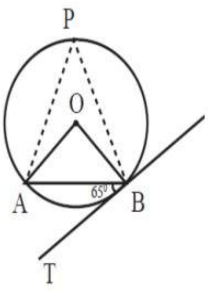
$60° + 90° + \angle QPO = 180°$ ($\angle OQP = 90°$ Δதின் பண்பின்படி)

$150° + 90° + \angle QPO = 180°$

$\angle QPO = 30°$. $\angle OPQ = 30°$

3. தொடுகோடு ST வட்டத்தினை B என்ற புள்ளியில் தொடுகிறது. ∠ABT = 65° , AB என்பது ஒரு நாண் எனில், ∠AOB –ஐ காண்க. இதில் "O" என்பது வட்டத்தின் மையம் ஆகும்.

தீர்வு



படத்திலிருந்து,

$\angle OBT = 90°$ ($\because OB$ ஆரம் ஆகும், BT தொடுகோடு)

$\therefore \angle OBA = 90° - 65° = 25°$

மற்றும் $\angle OAB = 25°$($\because OA = OB$, எனில் $\angle OBA = \angle OAB$)

$\therefore \angle AOB = 180° - (\angle OAB + \angle OBA) = 180° - (25° + 25°)$

$= 180° - 50°$

$\angle AOB = 130°$

4. இரண்டு பொது மைய வட்டங்களில், 16 செ.மீ நீளமுடைய பெரிய வட்டத்தின் நாணானது 6 செ.மீ ஆரமுள்ள சிறிய வட்டத்திற்குத் தொடுகோடாக அமைந்தால், பெரிய வட்டத்தின் ஆரம் காண்க.

<u>தீர்வு</u>

AB = 16செ.மீ மற்றும் OC = 6 செ.மீ

ஆனால் OC ⊥ AB மற்றும் C ஆனது AB –ஐ, 2 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கின்றது (வட்டத்துக்கான தேற்றப்படி)

மற்றும் AC = CB = 8செ.மீ

OB காண வேண்டும்

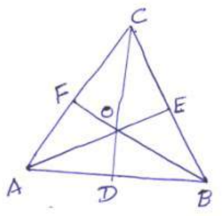
பிதாகரஸ் தேற்றபடி, OB = $\sqrt{OC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$

OB = 10 செ.மீ

5. ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசம வெட்டிகள் ஒரு புள்ளியின் வழியாகச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

<u>தீர்வு</u>

ΔABC– ல் O ஏதேனும் ஒரு புள்ளி என்க. இருசமவெட்டிகள் CD, AE மற்றும் BF என்பன முறையே AB, BC, CA ஆகிய பக்கங்களை D, E, F புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது என்க.



ΔAOB – ல் OD என்பது $\angle AOB$ –ன் இரு சம வெட்டி ஆகும்.

$\therefore \frac{OA}{OB} = \frac{AD}{DB}$ (இரு சமவெட்டி தேற்றப்படி) ------(1)

ΔBOC – ல் OE என்பது $\angle BOC$ –ன் இரு சம வெட்டி ஆகும்.

$\therefore \frac{OB}{OC} = \frac{BE}{EC}$ ------(2)

ΔCOA – ல் OF என்பது $\angle COA$ –ன் இரு சம வெட்டி ஆகும்.

$\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{CF}{FA}$ ------(3)

(1) $\times (2) \times (3) \Rightarrow$

$\frac{OA}{OB} \times \frac{OB}{OC} \times \frac{OC}{OA} = \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA}$

$\Rightarrow \frac{AD}{DB} \times \frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} = 1$

ஆனால் AE, BF மற்றும் CD என்பன $\angle A$, $\angle B$ மற்றும் $\angle C$ இரு சமவெட்டிகளாகும்

$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC}, \frac{BC}{AB} = \frac{CF}{FA}, \frac{CA}{CB} = \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}}$

மேற்கண்ட 3 சமன்பாடுகளிலிருந்து

$\frac{BE}{EC} \times \frac{CF}{FA} \times \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{DB}} = \frac{AB}{AC} \times \frac{BC}{AB} \times \frac{CA}{CB} = 1$ ((4) –லிருந்து)

முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்லும்

6. படத்தில் உள்ளவாறு ஒரு முக்கோண வடிவக் கண்ணாடி ஜன்னலை முழுமையாக உருவாக்க ஒரு சிறிய கண்ணாடித்துண்டு ஒரு கலை நிபுணருக்குத் தேவைப்படும். மற்ற கண்ணாடித் துண்டுகளின் நீளங்களைப் பொருத்து அவருக்குத் தேவையான கண்ணாடித் துண்டின் நீளத்தைக் கணக்கிடவும்.

<u>தீர்வு</u>படத்திலிருந்து AE = 3 செ.மீ, BF=x, BD = 3 செ.மீ, EC = 4 செ.மீ, FA = 5 செ.மீ, CD = 10செ.மீ

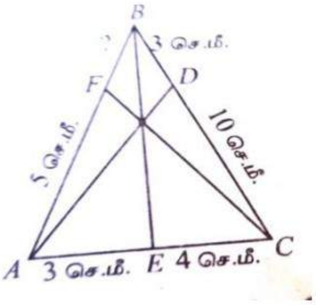
சீவாஸ் தேற்றப்படி,

$$\frac{BF}{FA} \times \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{DB}} \times \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} = 1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{x}{5} \times \frac{10}{3} \times \frac{3}{4} = 1$$

$$\frac{x}{2} = 1$$

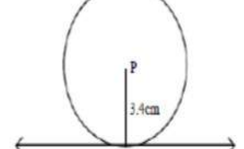
$x = 2$ செ.மீ. இதுவே தேவையானதாகும்.



7. P ஐ மையமாகக் கொண்ட 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்திற்கு R என்ற புள்ளியில் தொடுகோடு வரைக.

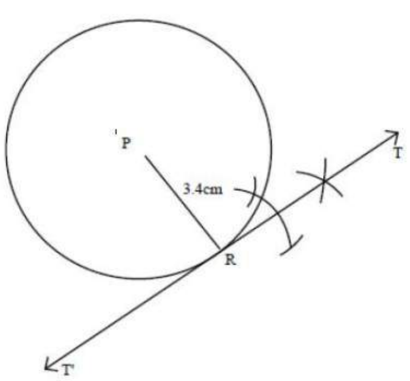
<u>தீர்வு</u> ஆரம் = 3.4 செ.மீ., மையம் = P

R என்பது தொடுகோட்டின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளி என்க



வரையறை

1. P ஐ மையமாகக் கொண்டு 3.4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. வட்டத்தின் R என்ற புள்ளியைக் குறித்து PR – ஐ இணைக்கவும்
3. R என்ற புள்ளி PR க்கு செங்குத்தாக TT' வரைக.
4. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.

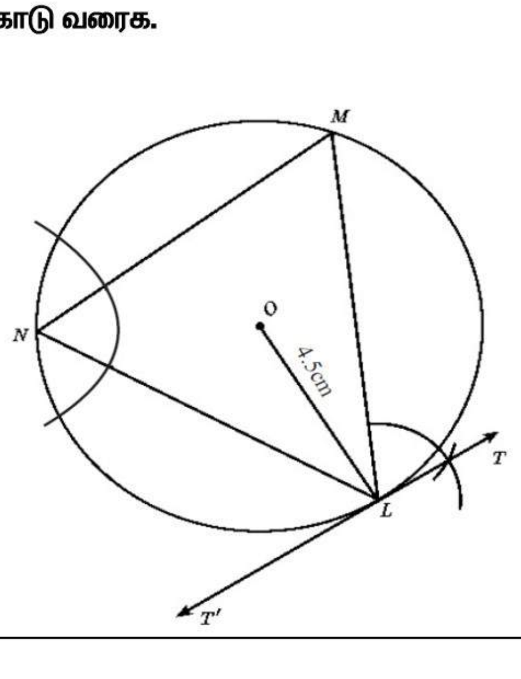


8. 4.5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மீது ஏதேனும் ஒரு புள்ளிக்கு மாற்று வட்டத்துண்டு தேற்றத்தினைப் பயன்படுத்தித் தொடுகோடு வரைக.

<u>தீர்வு</u>

வரையறை

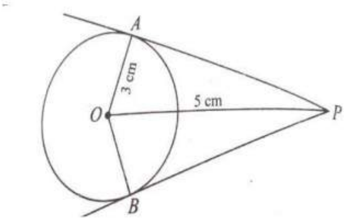
1. O ஐ மையமாகக் கொண்டு 4.5 செ.மீ ஆரமுள் வட்டம் வரைக.
2. வட்டத்தின் மேல் L என்ற புள்ளியை குறிக்க L,M,N குறித்து இணைக்கவும்.
3. $\angle TLM = \angle MNL$ என அமையுமாறு
4. L வழியே TT' என்ற தொடுகோடு வரைக.
5. TT' என்பது தேவையான தொடுகோடாகும்.



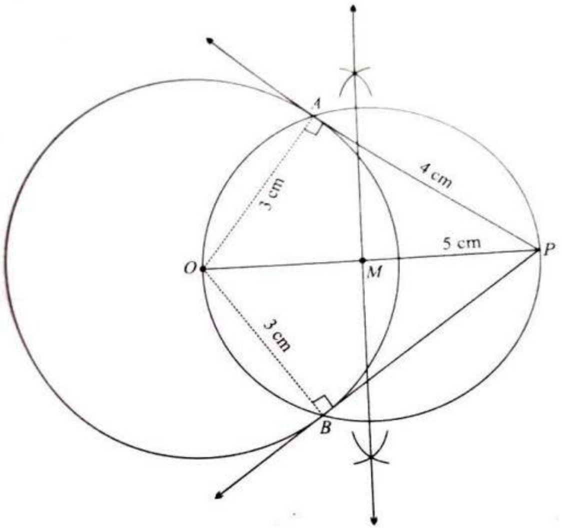
9. 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 10 செ.மீ தொலைவிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரையவும். மேலும் தொடுகோட்டின் நீளங்களைக் கணக்கிடுக.

<u>தீர்வு</u>

வரையறை



1. O வை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. 10 செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அத மையக்குத்துகோடு வரைக. அது OP ஐ M சந்திக்கப்படும்.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண ஒரு வட்டம் வரைக. அது முந்தைய வட்டத்தை இல் சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நம தேவையான தொடுகோடாகும்.



<u>சரிபார்த்தல்</u>

செங்கோண முக்கோணம் OPA ல்

$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 10^2 - 5^2$

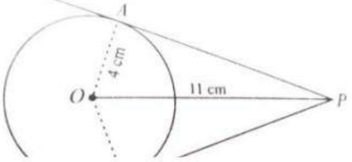
$= 100 - 25 = 75$

$PA = \sqrt{75} = 8.6$ செ.மீ (தோரயமாக)

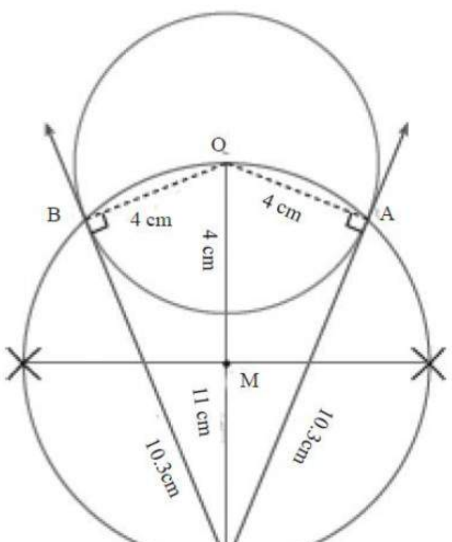
10. 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அதன் ை புள்ளியைக் குறித்து, அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்தி

<u>தீர்வு</u> ஆரம் = 4 செ.மீ, தொலைவு = 11 செ.மீ

வரையறை



1. O வை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. 11 செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அ மையக்குத்துகோடு வரைக. அது OP ஐ M சந்திக்கப்படும்.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண்டு வட்டம் வரைக. அது முந்தைய வட்டத்தை A,B சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே ந தேவையான தொடுகோடாகும்.



<u>சரிபார்த்தல்</u>

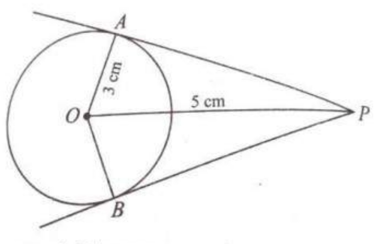
செங்கோண முக்கோணம் OPA ல்

$AP^2 = OP^2 - OA^2 = 11^2 - 4^2$

$= 121 - 16 = 105$

$AP = \sqrt{105} = 10.2$ செ.மீ

11. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 5 செ.மீ தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியைக் குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள் வரைந்து தொடுகோட்டின் நீளங்களை அளவிடுக.

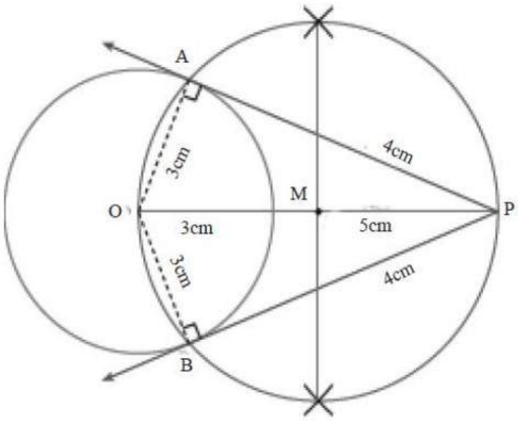


Rough Diagram

தீர்வு ஆரம் = $\frac{6}{2} = 3$ செ.மீ, தொலைவு = **5** செ.மீ

வரையரை

1. O வை மையமாகக் கொண்டு **3** செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. **5** செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அ மையக்குத்துகோடு வரைக. அது OP ஐ M சந்திக்கப்படும்.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண் வட்டம் வரைக. அது முந்தைய வட்டத்தை A, சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே தேவையான தொடுகோடாகும்.



சரிபார்த்தல்

செங்கோண முக்கோணம் OPA ல்

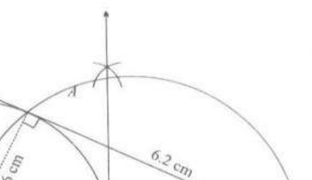
$AP^2 = OP^2 - OA^2 = 5^2 - 3^2$

$= 25 - 9 = 16$

$AP = \sqrt{16} = 4$ செ.மீ

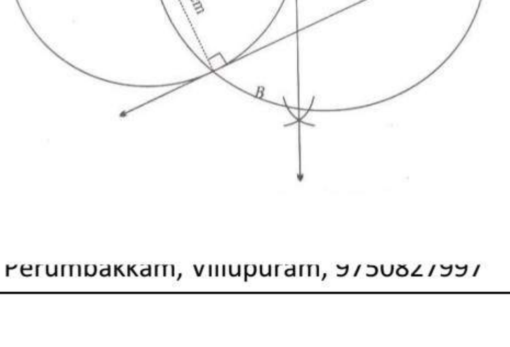
12. O–வை மையமாகக் கொண்ட 3.6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 7.2 செ.மீ தொலைவிலுள்ள P என்ற புள்ளியைக் குறித்து அப்புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்குத் தொடுகோடுகள்வரைக.

வரையரை



Rough Diagram

1. O வை மையமாகக் கொண்டு **3.6** செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக.
2. **7.2** செ.மீ நீளமுள்ள OP வரைந்து அதற்கு மையக்குத்துகோடு வரைக. அது OP ஐ M இல் சந்திக்கப்படும்.
3. M ஐ மையமாகவும் MO வை ஆரமாகவும் கொண் ஒரு வட்டம் வரைக. அது முந்தைய வட்டத்தை A,B இ சந்திக்கிறது.
4. AP மற்றும் BP யை இணைக்கவும். இதுவே நமக் தேவையான தொடுகோடாகும்.



சரிபார்த்தல்

செங்கோண முக்கோணம் OPA ல்

$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 7.2^2 - 3.6^2$

$= 51.84 - 12.96 = 38.88$

$PA = \sqrt{38.88} = 6.2$ செ.மீ (தோராயமாக)

EXERCISE 4.5

1. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{FD}$ எனில், ABC மற்றும் EDF எப்பொழுது வடிவொத்தவையாக அமையும்?

(1) $\angle B = \angle D$ (2) $\angle A = \angle D$ (3) $\angle B = \angle E$ (4) $\angle A = \angle F$

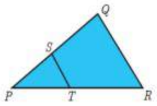
2. ΔLMN -யில் $\angle L=60°$, $\angle M=50°$, மேலும் $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ எனில், $\angle R$ –யின் மதிப்பு

(1) 30° (2) 40° (3) 70° (4) 110°

3. இருசமபக்க முக்கோணம் ΔABC- யில் $\angle C=90°$ மற்றும் AC=5செ.மீ, எனில் AB ஆனது

(1) $5\sqrt{2}$ செ.மீ (2) 10 செ.மீ (3) 2.5 செ.மீ (4) 5 செ.மீ

4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் ST‖QR, PS = 2செ.மீ மற்றும் SQ =3செ.மீ எனில், ΔPST –யின் பரப்பளவுக்கும் ΔPQR -யின் பரப்பளவுக்கும் உள்ள விகிதம்



(1) 25 : 7 (2) 25 : 4 (3) 25 : 13 (4) 25 : 11

5. இரு வடிவொத்த முக்கோணங்கள் ΔABC மற்றும் ΔPQR – யின் சுற்றளவுகள் முறையே 36 செ.மீ மற்றும் 24 செ.மீ ஆகும். PQ = 10 செ.மீ எனில், AB –யின் நீளம்.

(1) $6\frac{2}{3}$ செ.மீ (2) $66\frac{2}{3}$ செ.மீ (3) $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ செ. மீ (4) 15 செ.மீ

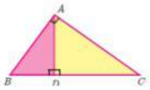
6. ΔABC- யில் DE ‖ BC, AB = 3.6செ.மீ, AC=2.4செ.மீ மற்றும் AD=2.1செ.மீ எனில், AE–யின் நீளம்

(1) 1.05 செ.மீ (2) 1.2 செ.மீ (3) 1.4 செ.மீ (4) 1.8 செ.மீ

7. ΔABC-யில் AD ஆனது, $\angle BAC$ –யின் இருசமவெட்டி.AB=8 செ.மீ, BD=6 செ.மீ மற்றும் DC=3 செ.மீ எனில், பக்கம் AC–யின் நீளம்.

(1) 3 செ.மீ (2) 4 செ.மீ (3) 6 செ.மீ (4) 8 செ.மீ

8. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் $\angle BAC$ = 90° மற்றும் AD ⊥BC எனில்,

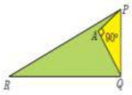


(1) $BD.CD = BC^2$ (2) $AB.AC = BC^2$ (3) $BD.CD = AD^2$ (4) $AB.AC = AD^2$

9. 6 மீ மற்றும் 11 மீ உயரமுள்ள இரு கம்பங்கள் சமதளத் தரையில் செங்குத்தாக உள்ளன. அவற்றின் அடிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு 12மீ எனில், அவற்றின் உச்சிகளுக்கு இடையே உள்ள தொலைவு என்ன?

(1) 12.8 மீ (2) 13 மீ (3) 14 மீ (4) 15 மீ

10. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் , PR = 24 செ.மீ , QR = 26 செ.மீ $\angle PAQ = 90°$, PA = 6 செ.மீ , QA = 8 செ.மீ. $\angle PQR$ –ஐக் காண்க.



(1) 90° (2) 85° (3) 80° (4) 75°

11. வட்டத்தின் தொடுகோடு அதன் ஆரமும் செங்குத்தாக அமையும் இடம்

(1) மையம் (2) நாண் (3) தொடுபுள்ளி (4) முடிவிலி

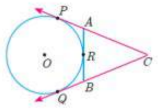
12. வட்டத்தின் வெறிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?

(1) பூஜ்ஜியம் (2) ஒன்று (3) இரண்டு (4) முடிவுற்ற எண்ணிக்கை

13. O– ஐ மையமாக உடைய வட்டத்திற்கு, வெளியேயுள்ள புள்ளி P–யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோடுகள் PA மற்றும் PB ஆகும். $\angle \boldsymbol{A}PB = 70°$ எனில் $\angle \boldsymbol{AO}B$–யின் மதிப்பு

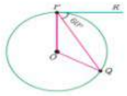
(1) 120° (2) 130° (3) 100° (4) 110°

14. படத்தில் O-ஐ மையமாக உடைய வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் CP மற்றும் CQ ஆகும். ARB ஆனது வட்டத்தின் மீதுள்ள புள்ளி R வழியாகச் செல்லும் மற்றொரு தொடுகோடு ஆகும். CP = 11 செ.மீ மற்றும் BC = 7 செ.மீ, எனில் BR – யின் நீளம்.



(1) 8 செ.மீ (2) 6 செ.மீ (3) 5 செ.மீ (4) 4 செ.மீ

15. படத்தில் உள்ளவாறு O - ஐ மையமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் தொடுகோடு PR எனில், $\angle \mathbf{POQ}$ ஆனது (1) 90° (2) 120° (3) 100° (4) 110°



CHAPTER - 5

ஆயத்தொலை வடிவியல்

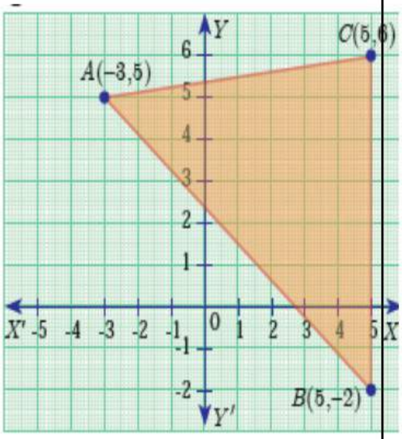
Example : 5.1

(–3,5), (5,6) மற்றும் (5,–2)ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு

A(-3,5), B(5, -2) C(5,6)

$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2 \quad x_3 \; y_3$



Δன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 5 & -2 \\ 5 & 6 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$ [(6+30+25) – (25 -10 - 18)]

$= \frac{1}{2}$ [61+3] $= \left|\frac{64}{2}\right|$ = 32 ச.அலகுகள்

Example : 5.2

P(–1.5, 3), Q (6,–2) மற்றும் R(–3, 4) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் எனக் காட்டுக. **தீர்வு**

Δ PQR ன் பரப்பு = **0**

$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1.5 & 3 \\ 6 & -2 \\ -3 & 4 \\ -1.5 & 3 \end{vmatrix} = 0$

$\frac{1}{2}$ [(3+24-9) – (18+ 6 - 6)] = 0 ⇒ $\frac{1}{2}$ [18 – 18] = 0.

∴ கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்.

Example : 5.3

A (−1, 2), B(k,−2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியவற்றை வரிசையான முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு 22 சதுர அலுகுகள் எனில், k −யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு A (−1, 2), B(k,−2) மற்றும் C (7, 4) ஆகியன முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்

ΔABC−யின் பரப்பு 22 சதுர அலகுகள்

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 22$$

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ k & -2 \\ 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 44$$

$\{(2 + 4k + 14) – (2k – 14 -4)\} = 44$

$4k + 16 - 2k + 18 = 44$

$2k + 34 = 44$. ஆகையால், $2k = 10$ எனவே $k = 5$

Example : 5.4

P(-1, -4), Q(b,c) மற்றும் R(5, -1) என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும், 2b + c = 4 எனில், bமற்றும் c−யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு P(-1, -4), Q(b,c) மற்றும் R(5, -1) என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைவதால்

ΔPQR –யின் பரப்பு = 0

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -1 & -4 \\ b & c \\ 5 & -1 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 0$$

$\frac{1}{2}\{(-c – b - 20) – (-4b + 5c + 1)\} = 0$

$-c – b – 20 + 4b – 5c – 1 = 0$

$3b – 6c = 21$ (÷ 3)

$b – 2c = 7$ --------- (1)

மேலும், $2b + c = 4$(கொடுக்கப்பட்டது) --------- (2)

(1) மற்றும் (2) – ஐ தீர்ப்பதன் மூலம் நாம் பெறுவது $b = 3, c = -2$

Example : 5.5

ஓர் அறையின் தளமானது ஒரே மாதிரியான முக்கோண வடிவத் தரை ஓடுகளைக் கொண்டு (tiles) அமைக்கப்படுகிறது. அதில் ஓர் ஓட்டின் முனைகள் (−3,2), (−1,−1) மற்றும் (1,2) ஆகும். தரைத்தளத்தை முழுமையாக அமைக்க 110 ஓடுகள் தேவைப்படுகின்றது எனில் அதன் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு ஓர் ஓட்டின் முனை புள்ளிகள் (−3, 2), (−1,−1) மற்றும் (1, 2) ஆகும்.

$x_1\ y_1 \quad x_2\ y_2 \quad x_3\ y_3$

$$\Delta\text{ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -1 \\ 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

இந்த ஓட்டின் பரப்பு = $\frac{1}{2}$ $\{(3-2+2)-(-2-1-6)\}$ ச.அலகுகள்

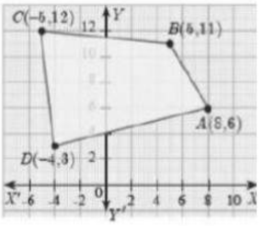
= $\frac{1}{2}$ (12) = **6** ச.அலகுகள்

தரைத்தளமானது ஒரே மாதிரியான **110** ஓடுகளால் நிரப்பப்படுவதால்,

தரைத்தளத்தின் பரப்பு = **110** × **6** = **660** ச.அலகுகள்

Example : 5.6

(8, 6), (5, 11), (–5, 12) மற்றும் (–4, 3) ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாக கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.



தீர்வு நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்பதற்கு முன்பாக

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்க வேண்டும்

A**(8, 6)**, B **(5, 11)**, C**(–5, 12)** மற்றும் D**(–4, 3)** என்பன முனைப் புள்ளிகள்

ஆகும். எனவே, நாற்கரம் ABCD – யின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 11 \\ -5 & 12 \\ -4 & 3 \\ 8 & 6 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}[(88+60-15-24)-(30-55-48+24)]$

$= \frac{1}{2}[88+60-15-24-30+55+48-24]$

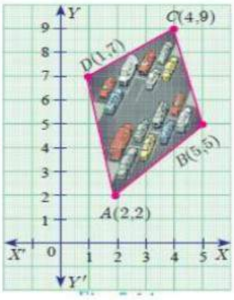
$= \frac{1}{2}[88+60+55+48-15-24-30-24]$

$= \frac{1}{2}[251-93]$

$= \frac{1}{2}[158] = 79$ ச.அலகுகள்

Example : 5.7

கொடுக்கப்பட்ட படமானது ஒரு வளாகத்தில் புதிய வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்த அமைக்கப்பட்ட பகுதியைக் காட்டுகிறது. இதை அமைப்பதற்கு ஒரு சதுர அடிக்கு ₹1300 செலவாகும் என மதிப்பிடப்படுகிறது எனில், வாகன நிறுத்தம் ஏற்படுத்துவதற்குத் தேவையான மொத்த செலவைக் கணக்கிடவும்.



தீர்வு A**(2, 2)**, B **(5, 5)**, C**(4, 9)** மற்றும் D**(1, 7)** மற்றும் என்பது

நாற்கர வடிக வாகன நிறுத்தத்தின் முனைப் புள்ளிகள் ஆகும்

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \\ 4 & 9 \\ 1 & 7 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}[(10+45+28+2)-(10+20+9+14)]$$

$= \frac{1}{2}[85-53]$

$= \frac{1}{2}[32] = 16$ சதுர அடிகள்

எனவே, வாகன நிறுத்தத்தின் பரப்பு = **16** சதுர அடிகள்,

ஒரு சதுர அடி அமைக்க ஆகும் செலவு = **₹1300**

ஆகையால் , வாகன நிறுத்தம் அமைக்க ஆகும் மொத்தச் செலவு = 16 x 1300 = ₹ 20800

Exercise 5.1

1. கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

(i) (1, -1), (-4, 6) மற்றும் (-3, -5) (ii) (−10, −4), (−8, −1) மற்றும் (−3, −5)

தீர்வு

(i) (1, -1), (-4, 6) மற்றும் (-3, -5)

.Δ ன் பரப்பு = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 6 \\ -3 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(6 + 20 + 3) - (4 - 18 - 5)]$

$= \frac{1}{2}[29 + 19] \quad = \frac{1}{2}[48] = 24$ ச.அ

(ii) (−10, −4), (−3, −5) மற்றும் (−8, −1)

.Δ ன் பரப்பு = $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -8 & -1 \\ -3 & -5 \\ -10 & -4 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(10 + 40 + 12) - (32 + 3 + 50)]$

$= \frac{1}{2}[62 - 85] \quad = \frac{1}{2}[-23] = -11.5$ ச.அ

∴ Δ ன் பரப்பு = 11.5 ச.அ

2. கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

$\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$, (−5, 6) மற்றும் (−8, 8)

தீர்வு

Δ ன் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 3 \\ -5 & 6 \\ -8 & 8 \\ -\frac{1}{2} & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(-3 - 40 - 24) - (-15 - 48 - 4)]$

$= \frac{1}{2}[(-67) - (-67)] = 0$ ச.அ.

∴கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் ஒரே நேர் கோட்டில் அமையும்

3. வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகளும், அதன் பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ‘p’ –யின் மதிப்பைக் காண்க

எண்	முனைப் புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	**(0,0), (p,8), (6,2)**	**20**
(ii)	**(p,p), (5,6), (5,-2)**	**32**

<u>தீர்வு</u>

(i) A(0,0), B(p,8), C(6,2)

ΔABC ன் பரப்பு = **20** ச.அ

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 20 \quad \Longrightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ p & 8 \\ 6 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 20$$

$$(0 + 2p + 0) - (0 + 48 + 0) = 40$$

2p – **48** = **40**

2p = 88

p = 44

(ii) A(p,p), B(5,6), C(5,-2)

<u>தீர்வு</u> Δ ன் பரப்பு =**32**

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 32 \qquad \Longrightarrow \frac{1}{2}\begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 32$$

$$\begin{vmatrix} p & p \\ 5 & 6 \\ 5 & -2 \\ p & p \end{vmatrix} = 64$$

$$(6p - 10 + 5p) - (5p + 30 - 2p) = 64$$

6p – 10 + 5p – 5p – 30 + 2p =64

8p – 40 = 64 ⇒ 8p = 64 + 40

8p = 104 ⇒ p = $\frac{104}{8}$ ⇒ p = 13

4. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைந்தவை எனில், `a` –யின் மதிப்பைக் காண்க. (2,3), (4,a) மற்றும் (6,-3)

<u>தீர்வு</u>

(2,3), (4,a) மற்றும் (6,-3)

Δ = 0ச.அ

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = 0 \Longrightarrow \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & a \\ 6 & -3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

[(2a -12 + 18) – (12 +6a – 6)] = 0

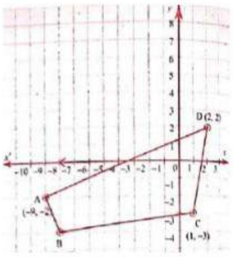
2a – 12 + 18 -12 - 6a + 6 = 0

$-4a = 0$

$\therefore a = 0$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க ?

(i) (−9, − 2), (−8, −4), (2, 2) மற்றும் (1, −3) (ii) (-9, 0) , (-8, 6), (-1, -2) மற்றும் (-6, -3)



<u>தீர்வு</u> **(i)** A(-9,-2), B(-8,-4), C(**1**, **−3**), D(**2**,**2**) என்க

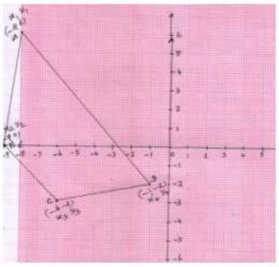
நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -9 & -2 \\ -8 & -4 \\ 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ -9 & -2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(36 + 24 + 2 - 4) - (16 - 4 - 6 - 18)]$

$= \frac{1}{2}[58 + 12] = \frac{1}{2}[70] = 35$ ச.அ

(ii) (−9, 0), (−8, 6), (−1, −2) மற்றும் (−6, −3)

<u>தீர்வு</u> A(-8,6), B(-9,0), C(-6, -3), D(-1, -2)



நாற்கரத்தின் பரப்பு $= = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -8 & 6 \\ -9 & 0 \\ -6 & -3 \\ -1 & -2 \\ -8 & 6 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(0 + 27 + 12 - 6) - (-54 + 0 + 3 + 16)]$

$= \frac{1}{2}[33 + 35] = \frac{1}{2}[68] = 34$ ச.அ

6. (−4,−2), (−3, k), (3, −2) மற்றும் (2, 3) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k− யின் மதிப்புக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -2 \\ -3 & k \\ 3 & -2 \\ 2 & 3 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 28$

$\Rightarrow (-4k + 6 + 9 - 4) - (6 + 3k - 4 - 12) = 56$

$\Rightarrow (11 - 4k) - (3k - 10) = 56$

$\Rightarrow 11 - 4k - 3k + 10 = 56$

$\Rightarrow 21 - 7k = 56 \quad \Rightarrow 7k = -35 \quad \Rightarrow k = -5$

7. A (−3,9), B(a,b) மற்றும் C(4, −5) என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் a +b = 1 எனில் a மற்றும் b −யின் மதிப்பைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> A (-3,9), B(a,b), C(4, -5) என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் மற்றும் a +b = **1** → **(1)**

ஒரே கோட்டமைந்த **3** புள்ளிகள் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு = **0**

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & 9 \\ a & b \\ 4 & -5 \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow$ (-3b – 5a +36) – (9a + 4b + 15) = 0 $\Rightarrow$ – 5a – 3b +36 – 9a - 4b - 15 = 0

$\Rightarrow$ – 14a – 7b +21 = 0

$\Rightarrow -14a - 7b = -21$

$\Rightarrow 14a + 7b = 21\ (\div 7)$

$\Rightarrow$ 2a + b = 3 ……..(2)

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது a + b = **1** … … … **(1)**

(1) – (2) $\Rightarrow a = 2$ b= -1

8. ΔABC –யின் பக்கங்கள் AB, BC மற்றும் AC ஆகியவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P(11,7), Q (13.5, 4) மற்றும் R (9.5, 4) என்க முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் A, B மற்றும் C காண்க. மேலும் ΔABC –யின் பரப்பை ΔPQR–யின் பரப்புடன் ஒப்பிடுக.

<u>தீர்வு</u>

P = AB –ன் மையப்புள்ளி

$\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = (11, 7)$

$\Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{2} = 11 \Rightarrow x_1 + x_2 = 22$ ………(1)

$\Rightarrow \frac{y_1 + y_2}{2} = 7 \Rightarrow y_1 + y_2 = 14$ ………(2)

Q = BC – ன் மையப்புள்ளி

$\Rightarrow \left(\frac{x_2 + x_3}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}\right) = (13.5, 4)$

$\Rightarrow \frac{x_2 + x_3}{2} = \mathbf{13.5} \Rightarrow x_2 + x_3 = 27$ ………(3)

$\Rightarrow \frac{y_2 + y_3}{2} = \mathbf{4} \Rightarrow y_2 + y_3 = 8$ ………(4)

R = AC – ன் மையப்புள்ளி

$\Rightarrow \left(\frac{x_1 + x_3}{2}, \frac{y_1 + y_3}{2}\right) = (9.5, 4)$

$\Rightarrow \frac{x_1 + x_3}{2} = 9.5 \Rightarrow x_1 + x_3 = 19$ ………(5)

$\Rightarrow \frac{y_1 + y_3}{2} = 4 \Rightarrow y_1 + y_3 = 8$ ………(6)

$(1) + (3) + (5) \Rightarrow 2(x_1 + x_2 + x_3) = 68$

$x_1 + x_2 + x_3 = 34$ ………(7)

$(2) + (4) + (6) \Rightarrow 2(y_1 + y_2 + y_3) = 30$

$y_1 + y_2 + y_3 = 15$ ………(8)

(7) – (1) $\Rightarrow x_3 = 12$

(7) – (3) $\Rightarrow x_1 = 7$

$(7) - (5) \Rightarrow\ x_2 = 15$

$(8) - (2) \Rightarrow\ y_3 = 1$

$(8) - (4) \Rightarrow\ y_1 = 7$

$(8) - (6) \Rightarrow\ y_2 = 7$

A(7,7), B(15,7) மற்றும் C(12,1)

$$\Delta ABC\text{–ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 7 & 7 \\ 15 & 7 \\ 12 & 1 \\ 7 & 7 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}\,[(49 + 15 + 84) - (105 + 84 + 7)]$

$= \frac{1}{2}\,[148 - 196] = \frac{1}{2}\,[-48] = 24$ ச.அ (∵பரப்பளவு குறையாக இருக்காது)

$$\Delta PQR\text{–ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 11 & 7 \\ 13.5 & 4 \\ 9.5 & 4 \\ 11 & 7 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}\,[(44 + 54 + 66.5) - (94.5 + 38 + 44)]$

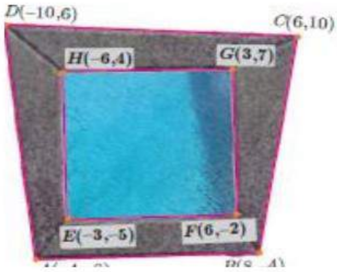
$= \frac{1}{2}\,[164.5 - 176.5] = \frac{1}{2}\,[-12] = 6$ ச.அ (∵பரப்பளவு குறையாக இருக்காது)

இப்போது ΔPQR–ன் பரப்பு = 6 ச.அ, ΔABC–ன் பரப்பு = 24 ச.அ

∴ ΔABC–ன் பரப்பு = **4** × ΔPQR–ன் பரப்பு

9. நாற்கர வடிவ நீச்சல் குளத்தின் கான்கிரீட் உள்முற்றமானது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், உள்முற்றத்தின் பரப்பு காண்க ?

<u>**தீர்வு**</u> உள்முற்றத்தின் பரப்பு = ABCD யின் பரப்பு – EFGH யின்



$$= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -8 \\ 8 & -4 \\ 6 & 10 \\ -10 & 6 \\ -4 & -8 \end{vmatrix} - \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -3 & -5 \\ 6 & -2 \\ 3 & 7 \\ -6 & 4 \\ -3 & -5 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}\,[(16+80+36+80) - (-64 - 24 - 100 - 24)] - \frac{1}{2}\,[(6+42+12+3($ ...

$= \frac{1}{2}\,[212 - (-212)] - \frac{1}{2}\,[90 - (-90)]$

$= \frac{1}{2}\,[424] - \frac{1}{2}\,[180]$

$= 212 - 90 = 122$ சதுர அலகுகள்

10. A (–5, –4), B(1, 6) மற்றும் C(7, –4) ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட முக்கோண வடிவக் கண்ணாடிக்கு வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 6 சதுர அடி பரப்புக்கு வர்ணம் பூச ஒரு வாளி தேவைப்படுகிறது எனில் கண்ணாடியின் முழுப் பகுதியையும் ஒரு முறை வர்ணம் பூச எத்தனை வாளிகள் தேவைப்படும் ?

<u>**தீர்வு**</u>

$$\text{தேவையான வாளிகளின் பரப்பளவு} = \frac{\Delta ABC\text{–ன் பரப்பளவு}}{}$$

ஒரு வாளியினால் வர்ணம் பூசப்படும் பகுதியின் பரப்பளவு

$$\Delta ABC\text{−ன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 6 \\ 7 & -4 \\ -5 & -4 \end{vmatrix}$$

$= \frac{1}{2}[(-30 - 4 - 28) - (-4 + 42 + 20)]$

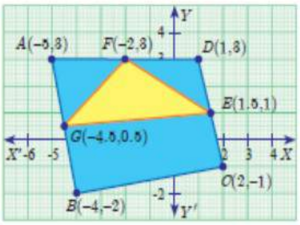
$= \frac{1}{2}[-62 - 58]$

$= \frac{1}{2}[-120]$

= **60** ச.அ

$\therefore$ வாளிகளின் எண்ணிக்கை= $\frac{60}{6}$

11. படத்தை பயன்படுத்திப் பரப்பைக் காண்க. (i) முக்கோணம் AGF (ii) முக்கோணம் FED (iii) நாற்கரம் BCEG



<u>தீர்வு</u>

(i) $\Delta ABC\text{−ன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -5 & 3 \\ -4.5 & 0.5 \\ -2 & 3 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(-2.5 - 13.5 - 6) - (-13.5 - 1 - 15)]$

$= \frac{1}{2}[-22+29.5]$

$= \frac{1}{2}[7.5]$

= **3.75** ச.அ

(ii) $\Delta FED\text{−ன் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1.5 & 1 \\ 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(-2 + 4.5 + 3) - (4.5 + 1 - 6)]$

$= \frac{1}{2}[5.5 + 0.5]$

$= \frac{1}{2}[6]$

= **3** ச.அ

(iii) நாற்கரம் $BCEG\text{−ன் பரப்பு} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -1 \\ 1.5 & 1 \\ -4.5 & 0.5 \\ -4 & -2 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}[(4 + 2 + 0.75 + 9) - (-4 - 1.5 - 4.5 - 2)]$

$= \frac{1}{2}[15.75 + 12]$

$= \frac{1}{2}[27.75]$

$= 13.875$ ச.அ

Example : 5.9

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

(i) (-6,1) மற்றும் (−3,2) (ii) $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{2}{7},\frac{3}{7}\right)$ (iii) (14, 10) மற்றும் (14,− 6)

தீர்வு

(i) (-6,1), (-3,2)

சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{2-1}{-3-(-6)} = \frac{2-1}{-3+6}$

∴சாய்வு, $m = \frac{1}{3}$

(ii) $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{2}{7},\frac{3}{7}\right)$

சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{\frac{3}{7}-\frac{1}{2}}{\frac{2}{7}-(-\frac{1}{3})} = \frac{\frac{6-7}{14}}{\frac{6+7}{21}} = -\frac{1}{14} \times \frac{21}{13} = -\frac{3}{26}$

∴சாய்வு, $m = -\frac{3}{26}$

(iii) (14, 10) மற்றும் (14,− 6).

சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-6-10}{14-14} = \frac{-16}{0}$

∴சாய்வு, $m = \frac{-16}{0}$ = வரையறுக்க முடியாது

Example : 5.10

(-2,2),(5,8) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு r மற்றும் (-8,7),(-2,0) ஆகிய புள்ளிகள் வழிச்செல்லும் நேர்க்கோடு s ஆகும் எனில், நேர்க்கோடு r–ஆனது நேர்க்கோடு s–க்கு செங்குத்தாக அமையுமா ?

தீர்வு நேர்க்கோடு r–யின் சாய்வு , $m_1 = \frac{8-2}{5+2} = \frac{6}{7}$

நேர்க்கோடு s–யின் சாய்வு , $m_2 = \frac{0-7}{-2+8} = \frac{-7}{6}$

சாய்வுகளின் பெருக்கல் $= \frac{6}{7} \times \frac{-7}{6} = -1$

அதாவது, $m_1 m_2 = -1$

எனவே, நேர்கோடு r ஆனது, நேர்க்கோடு s–க்கு செங்குத்தாக அமையும்.

Example : 5.11

(3, -2), (12, 4) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு p மற்றும் (6, -2) மற்றும் (12,2) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடு q ஆகும். p ஆனது q –க்கு இணையாகுமா?

தீர்வு

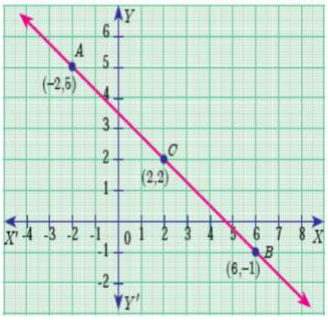
p –யின் சாய்வு $m_1 = \frac{4+2}{12-3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

q –யின் சாய்வு , $m_2 = \frac{2+2}{12-6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

இதிலிருந்து நேர்க்கோடு p –யின் சாய்வு = நேர்க்கோடு q –யின் சாய்வு. எனவே, நேர்க்கோடு p –யானது நேர்க்கோடு q –க்கு இணை ஆகும்.

Example : 5.12

(−2, 5), (6, −1) மற்றும் (2,2) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்த புள்ளிகள் எனக் காட்டு.



AB –யின் சாய்வு $= \frac{-1-5}{6+2} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$

BC –யின் சாய்வு $= \frac{2+1}{2-6} = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$

AB –யின் சாய்வு = BC –யின் சாய்வு

எனவே, A, B, C என்ற புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டின் மேல் அமைந்துள்ளன.

ஆகவே, A, B, C என்பன ஒரு கோட்டமைந்த புள்ளிகள் ஆகும்.

Example : 5.13

A(1,-2), B(6,-2), C(5,1), D(2,1) என்பன நான்கு புள்ளிகள் எனில்,

(i) (a) AB (b) CD என்ற கோட்டுத் துண்டுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.

(ii) (a) BC (b) AD என்ற கோட்டுத் துண்டுகளின் சாய்வுகளைக் காண்க.

(iii) விடைகளிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன ?

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் A(1,-2), B(6,-2), C(5,1), D(2,1)

(i) (a) AB –யின் சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-2+2}{6-1} = 0$

(b) CD–யின் சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1-1}{2-5} = \frac{0}{-3} = 0$

(ii) (a) BC –யின் சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1+2}{5-6} = \frac{3}{-1} = -3$

(b) AD–யின் சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{1+2}{2-1} = \frac{3}{1} = 3$

(iii) AB –யின் சாய்வும், CD–யின் சாய்வும் சமமாக இருப்பதால், அவைகள்இணையாகும்.

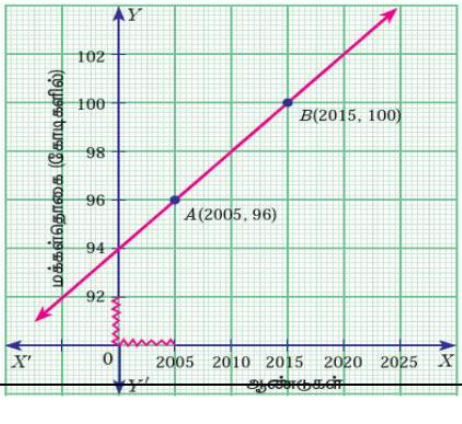
இதைபோல், AD–யின் சாய்வும், BC–யின் சாய்வும் சமம் இல்லை. எனவே, இவை இணை இல்லை.

ஆகையால், நாற்கரம் ABCDஆனது ஒரு சரிவகம் என அறியலாம்

Example : 5.14

கீழே கொடுக்கப்பட்ட மக்கள் தொகைப் பெருக்கம் (கோடிகளில்) மற்றும் ஆண்டிற்கான வரைபடத்தில் AB என்ற நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. மேலும் 2030–ம் ஆண்டிற்கான மக்கள் தொகையையும் கணக்கிடுக.

தீர்வு



A(2005, 96) மற்றும் B(2015, 100) என்பன நேர்க்கோடு AB –யின் புள்ளிகள் ஆகும்

AB–யின் சாய்வு = $\frac{100-96}{2015-2005} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

2030 ல் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி k கோடிகள் என்க.

C(2030, k) என்பது AB –யின் மீதுள்ள புள்ளி எனக் கொள்க

AC–யின் சாய்வு = AB–யின் சாய்வு

$\frac{k-96}{2030-2005} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{k-96}{25} = \frac{2}{5}$

$k - 96 = 10$

k = 106

எனவே, 2030 – ல் மக்கள் தொகை 106 கோடிகள்.

<u>Example : 5.15</u>

பிதாகரஸ் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தாமல் (1,–4), (2,–3) மற்றும் (4,–7) ஆகியப் புள்ளிகள் ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தினைஉருவாக்கும் என நிறுவுக.

<u>தீர்வு</u> A(1, -4) , B(2,-3) மற்றும் C(4,-7) ஆகியன முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகள் என்க.

AB –யின் சாய்வு = $\frac{-3+4}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$

BC –யின் சாய்வு = $\frac{-7+3}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$

AC –யின் சாய்வு = $\frac{-7+4}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1$

AB –யின் சாய்வு × AC –யின் சாய்வு = (1) (−1) = −1

ஆகவே, AB ஆனது AC க்கு செங்கத்தாகும். $\angle A = 90°$

எனவே, ΔABC ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

EXERCISE 5.2

1. (−3, −4), (7, 2) மற்றும் (12, 5) என்ற புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக் காட்டுக.

<u>தீர்வு</u>

AB−யின் சாய்வு = $\frac{2-(-4)}{7-(-3)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ....(1)

BC−யின் சாய்வு = $\frac{5-2}{12-7} = \frac{3}{5}$ ....(2)

AC−யின் சாய்வு = $\frac{5-(-4)}{12-(-3)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ ....(3)

(1), (2), (3) ⇒ A, B, C என்பன ஒரு கோடமைவன ஆகும்.

2. (3, −1), (a, 3) மற்றும் (1, −3) ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனில் a−யின் மதிப்பு காண்க ?

<u>தீர்வு</u> A (3, −1), B (a, 3) மற்றும் C(1, −3) ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை.

$\therefore AB$ – யின் சாய்வு = BC –யின் சாய்வு

$\Rightarrow \frac{3-(-1)}{a-3} = \frac{-3-3}{1-a}$

$\Rightarrow \frac{4}{a-3} = \frac{-6}{1-a}$

⇒ 4 – 4a = - 6a + 18

$\Rightarrow 2a = 14 \Rightarrow a = 7$

3. (-2,a) மற்றும் (9,3) என்ற புள்ளி வழிச்செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $-\frac{1}{2}$ எனில் a ன் மதிப்பு யாது ?

<u>தீர்வு</u>

சாய்வு = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-a}{9+2} = \frac{3-a}{11}$

கொடுக்கப்பட்ட சாய்வு = $-\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{3-a}{11} = -\frac{1}{2}$

$6 - 2a = -11$

$2a = 17$

$a = \frac{17}{2}$

4. (−2,6) மற்றும் (4,8) என்ற புள்ளிகளின் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோடானது (8,12) மற்றும் (x,24) என்ற புள்ளிகளின் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு செங்குத்து எனில் x-ன் மதிப்பு காண்க.

<u>தீர்வு</u> (−2,6) மற்றும் (4,8) ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$m_1 = \frac{8-6}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(8, 12) மற்றும் (x,24) ஆகிய புள்ளிகளின் சாய்வு

$m_2 = \frac{24-12}{x-8} = \frac{12}{x-8}$

இரண்டு நேர்க்கோடுகளும் செங்குத்து என்பதால் $m_1 \times m_2 = -1$

$\Longrightarrow \frac{1}{3} \times \frac{12}{x-8} = -1$

$\Longrightarrow \frac{4}{x-8} = -1$

$\Longrightarrow x - 8 = -4$

$\Longrightarrow x = 4$

5. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யுமா என ஆராய்க. (i) A(1,-4), B(2,-3) மற்றும் C(4,-7) (ii) L(0,5), M(9,12) மற்றும் N(3,14)

<u>தீர்வு</u>

(i) A(1,-4), B(2,-3) மற்றும் C(4,-7)

AB−யின் சாய்வு = $\frac{-3-(-4)}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$

BC−யின் சாய்வு = $\frac{-7-(-3)}{4-2} = \frac{-4}{2} = -2$

AC−யின் சாய்வு = $\frac{-7+4}{4-(+1)} = \frac{-3}{3} = -1$

(AB−யின் சாய்வு) $\times$(AC−யின் சாய்வு) = $1 \times (-1) = -1$

$\therefore \Delta ABC$ என்பது செங்கோண முக்கேகணமாகும். ($\because AB \perp AC$)

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி, $AB^2 + AC^2 = BC^2$ ($\because d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB^2 = (2\text{-}1)^2 + (-3 + 4)^2 = (1)^2 + (1)^2 = 2$

$AC^2 = (4\text{-}1)^2 + (-7 + 4)^2 = (3)^2 + (-3)^2 = 18$

$BC^2 = (4\text{-}2)^2 + (-7 + 3)^2 = (2)^2 + (-4)^2 = 4 + 16 = 20$

$AB^2 + AC^2 = 2 + 18 = 20 = BC^2$ என நிரூபிக்கப்பட்டது.

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும்

(ii) **L(0,5), M(9,12) மற்றும் N(3,14)**

LM−யின் சாய்வு = $\frac{12-5}{9-0} = \frac{7}{9}$

MN−யின் சாய்வு = $\frac{14-12}{3-9} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$

LN−யின் சாய்வு = $\frac{14-5}{3-0} = \frac{9}{3} = 3$

(MN−யின் சாய்வு) × (LN−யின் சாய்வு) = $\left(-\frac{1}{3}\right) \times (3) = -1$

∴ MN ⊥ rLN. Δ LMN ஒரு செங்கோண முக்கோணமாகும்.

பிதாகரஸ் தேற்றப்படி , $MN^2 + LN^2 = LM^2$

$MN^2 = (3\text{-}9)^2 + (14 - 12)^2 = (-6)^2 + (2)^2 = 36 + 4 = 40$

$LN^2 = (3\text{-}0)^2 + (14 - 5)^2 = (3)^2 + (9)^2 = 9 + 81 = 90$

$LM^2 = (9\text{-}0)^2 + (12 - 5)^2 = (9)^2 + (7)^2 = 81 + 49 = 130$

∴ கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும்

6. A (2.5, 3.5), B(10, -4) , C (2.5, −2.5) மற்றும் D(-5, 5) ஆகியன இணைகரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் எனக் காட்டுக.

தீர்வு A(2.5, 3.5) B (10, -4) , AB ன் சாய்வு = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-4-3.5}{10-2.5} = -\frac{7.5}{7.5} = -1$

C (2.5, - 2.5), D (-5, 5) ,CD ன் சாய்வு = $\frac{5-(-2.5)}{-5-2.5} = \frac{5+2.5}{-7.5} = \frac{7.5}{-7.5} = -1$

∴AB ன் சாய்வு = CD ன் சாய்வு . எனவே AB யும் CD யும் இணைகோடுகள்.

B (10, -4), C (2.5, -2.5) , BC ன் சாய்வு = $\frac{-2.5-(-4)}{-2.5-10} = \frac{-2.5+4}{-7.5} = \frac{1.5}{-7.5} \times \frac{10}{10} = \frac{15}{-75} = -\frac{1}{5}$

A (2.5, 3.5), D (-5, 5) , AD ன் சாய்வு = $\frac{5-(3.5)}{-5-2.5} = \frac{1.5}{-7.5} = \frac{1.5}{-7.5} \times \frac{10}{10} = \frac{15}{-75} = -\frac{1}{5}$

∴BC ன் சாய்வு = AD ன் சாய்வு . எனவே BC யும் AD யும் இணைகோடுகள்.

எனவே ABCD ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும்

7. A (2, 2), B(-2, -3) , C (1, −3) மற்றும் D(x, y) ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y −யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

A (2, 2), B(-2, -3) , C (1, −3) மற்றும் D(x, y) என்ற புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் என்பதால்

AB ∥ CD மற்றும் BC ∥AD

∴ AD - ன் சாய்வு = BC- ன் சாய்வு

$\Rightarrow \frac{y-2}{x-2} = \frac{-3(-3)}{1-(-2)} \Rightarrow \frac{y-2}{x-2} = 0$

$y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$

CD - ன் சாய்வு = AB- ன் சாய்வு

$\Rightarrow \frac{y-(-3)}{x-1} = \frac{-3-2}{-2-2} \Rightarrow \frac{y+3}{x-1} = \frac{-5}{-4}$

$y = 2$ என்பதால்

$\Rightarrow \frac{5}{x-1} = \frac{5}{4} \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$

$\therefore x = 5, y = 2$

8. A(3,-4), B(9,-4), C(5, -7) மற்றும் D(7,-7) ஆகிய புள்ளிகள் ABCD என்ற சரிவகத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

<u>தீர்வு</u>

A(3,-4), B(9,-4), C(5, -7) மற்றும் D(7,-7) என்ற புள்ளிகள் சரிவகத்தை அமைக்கும் எனில் ஒரு சோடி பக்கங்கள் இணை எனக் காட்ட வேண்டும்.

AB−யின் சாய்வு = $\frac{-4-(-4)}{9-3} = 0$ −−−−−(1)

CD−யின் சாய்வு = $\frac{-7-(-7)}{7-5} = 0$ −−−−−(2)

BC−யின் சாய்வு = $\frac{-7-(-4)}{5-9} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$ −−−−−(3)

AD−யின் சாய்வு = $\frac{-7+4}{7-3} = \frac{-3}{4}$ −−−−−(4)

(1) = (2) ஆனால் (3) ≠(4)

AB ∥ CD ஆனால் BC ≠AD. (∵BC என்பது AD−க்கு இணை அல்ல)

∴ A,B, C மற்றும் D என்பன ஒரு சரிவகத்தை அமைக்கும்.

9. A(-4,-2), B(5,-1), C(6,5) மற்றும் D(-7,6) ஆகியவற்றை முனைப் புள்ளிகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பக்கங்களின் நடுப்புள்ளிகள் ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.

<u>தீர்வு</u>

A(-4,-2), B(5,-1), C(6,5) மற்றும் D(-7,6) என்பன நாற்கரத்தின் முனைப் புள்ளிகள் என்க.

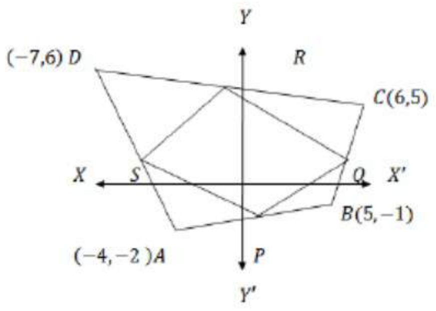
AB, BC, CD மற்றும் AD–களின் நடுபுள்ளிகள் E , F, G மற்றும் H என்க.

E $=\left(\frac{-4+5}{2}, \frac{-2-1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

F $=\left(\frac{5+6}{2}, \frac{-1+5}{2}\right) = \left(\frac{11}{2}, 2\right)$

$G = \left(\frac{6-7}{2}, \frac{5+6}{2}\right) = \left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{2}\right)$

$H = \left(\frac{-4-7}{2}, \frac{-2+6}{2}\right) = \left(\frac{-11}{2}, 2\right)$



EF –யின் சாய்வு $= \frac{2-\left(\frac{-3}{2}\right)}{\frac{11}{2}-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{10}{2}} = \frac{7}{10}$ ......(1)

FG –யின் சாய்வு $= \frac{\frac{11}{2}-2}{-\frac{1}{2}-\frac{11}{2}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{-12}{2}} = \frac{7}{-12}$ ......(2)

GH –யின் சாய்வு $= \frac{2-\frac{11}{2}}{-\frac{11}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{-7}{2}}{\frac{-10}{2}} = \frac{7}{10}$ ......(3)

HE –யின் சாய்வு $= \frac{\frac{3}{2}-2}{\frac{1}{2}-\left(\frac{-11}{2}\right)} = \frac{\frac{-7}{2}}{\frac{12}{2}} = \frac{-7}{12}$ ......(4)

EG –யின் மையப்புள்ளி = HF–யின் மையப்புள்ளி

$$\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-3}{2}+\frac{11}{2}\right)\right] = \left(\frac{11}{2}-\frac{11}{2}, 4\right)$$

$$[0,4] = [0,4]$$

∴ நாற்கரத்தின் மையப்புள்ளிகள் ஓர் இணைகரத்தை அமைக்கும்.

Example : 5.17

(5, 7) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும் (i) X அச்சுக்கு இணையாகவும் (ii) Y அச்சுக்கு இணையாகவும் அமைந்த நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு

(i) X அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = b$.இது (5,7) வழி செல்வதால், $b = 7$. எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = 7$.

(ii) Y அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y = b$.இது (5,7) வழி செல்வதால், $c = 5$. எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $x = 5$.

Example : 5.18

பின்வரும் விவரங்களைப் பயன்படுத்தி நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

(i) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு –9(ii) சாய்வுக் கோணம் 45° மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 11

தீர்வு **(i)** சாய்வு, $m = 5$, y வெட்டுத்துண்டு, $c = -9$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு , $y = mx + c$

$$y = 5x - 9$$

$$0 = 5x - y - 9$$

தேவையான சமன்பாடு , $5x - y - 9 = 0$

(ii) சாய்வுக் கோணம் $\theta = 45°$

சாய்வு $m = \tan\theta$

$m = \tan 45°$

சாய்வு $m = 1$

Y வெட்டுத்துண்டு, $C = 11$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு , y = mx + C

$y = 1x + 11$

$0 = x + 11 - y$

∴ தேவையானசமன்பாடு $x - y + 11 = 0$

<u>Example : 5.19</u>

$8x - 7y + 6 = 0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $8x - 7y + 6 = 0$

$8x + 6 = 7y$

7 ஆல் வகுக்க $\frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = \frac{7}{7}y$

$\frac{8}{7}x + \frac{6}{7} = y$

y = mx + C யுடன் ஒப்பிட

சாய்வு, $m = \frac{8}{7}$

y வெட்டுத்துண்டு, $C = \frac{6}{7}$

<u>Example : 5.21</u>

(3,−4) என்ற புள்ளியின் வழி செல்லும் $-\frac{5}{7}$ ஐ சாய்வாக உடையதுமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $(x_1, y_1) = (3, -4)$

சாய்வு, $m = -\frac{5}{7}$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - (-4) = -\frac{5}{7}(x - 3)$

$7(y + 4) = -5(x - 3)$

$7y + 28 = -5x + 15$

$5x + 7y + 28 - 15 = 0$

$5x + 7y + 13 = 0$

<u>Example : 5.23</u>

(5,−3) மற்றும் (7, −4) என்ற இருபுள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

<u>தீர்வு</u> (x_1, y_1) (x_2, y_2)

(5, −3) (7, −4)

இருபுள்ளிவழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y + 3}{-4 - (-3)} = \frac{x - 5}{7 - 5}$$

$$\frac{y + 3}{-4 + 3} = \frac{x - 5}{2}$$

2(y + 3) = -1(x – 5)
2y + 6 = -x +5
x +2y +6 – 5 =0
x +2y +1 =0

Example : 5.26

4x–9y+36 = 0 என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

தீர்வு கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டு சமன்பாடு 4x – 9y + 36 = 0

எனவே, 4x – 9 y = -36

இருபுறமும் **–36** ஆல் வகுக்க, $\frac{x}{-9} + \frac{y}{4} = 1$ ---------- (1)

(1) –ஐ வெட்டுத்துண்டு வடிவத்துடன் ஒப்பிட, x- வெட்டுத்துண்டு a = -9, y- வெட்டுத்துண்டு b = 4

EXERCISE 5.3

1. (-2,3) மற்றும் (8,5) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் கோடானது y = ax+2 என்ற நேர்க்கோட்டிற்குச் செங்குத்தானது எனில், a–யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு (-2,3) மற்றும் (8,5) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சாய்வு m_1 என்க.

y = ax + 2 என்ற கோட்டின் சாய்வு m_2 என்க

$$m_1 = \frac{5-3}{8-(-2)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$m_2 = a$$

செங்குத்து எனில், $m_1 m_2 = -1$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right) \times (a) = -1 \Rightarrow a = -5$$

2. கொடுக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. (2,3) மற்றும் (–7, –1)

தீர்வு இரண்டு புள்ளிவழிச் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

(i) $\left(2, \frac{2}{3}\right)$ மற்றும் $\left(\frac{-1}{2}, -2\right)$

தேவையான சமன்பாடு $\Rightarrow \frac{y-\frac{2}{3}}{-2-\frac{2}{3}} = \frac{x-2}{-\frac{1}{2}-2}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{3y-2}{3}}{\frac{-8}{3}} = \frac{x-2}{\frac{-5}{2}} \Rightarrow \frac{3y-2}{-8} = \frac{2x-4}{-5}$$

$\Rightarrow -15y + 10$ = - 16x + 32 ⇒ 16x – 15y – 22 = 0

(ii) **(2,3) மற்றும் (–7, –1)**

தேவையான சமன்பாடு $\Rightarrow \frac{y-3}{-1-3} = \frac{x-2}{-7-2}$

$$\Rightarrow \frac{y-3}{-4} = \frac{x-2}{-9} \Rightarrow -9y + 27 = -4x + 8$$

$$\Rightarrow 4x - 9y + 19 = 0$$

3. ஒரு பூனை xy–தளத்தில் (–6, –4) என்ற புள்ளியில் உள்ளது. (5, 11) என்ற புள்ளியில் ஒரு பால் புட்டி வைக்கப்பட்டுள்ளது. பூனை மிகக் குறுகிய தூரம் பயணித்துப் பால் அருந்த விரும்புகிறது எனில், பாலைப் பருகுவதற்குத் தேவையான பாதையில் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு

(-6, -4) மற்றும் (5, 11) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாடு

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$\Rightarrow \frac{y-(-4)}{11-(-4)} = \frac{x-(-6)}{5-(-6)} \quad \Rightarrow \frac{y+4}{15} = \frac{x+6}{11}$

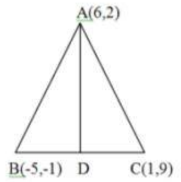
$\Rightarrow 11y + 44 = 15x + 90$

$\Rightarrow 15x - 11y + 90 - 44 = 0$

$\Rightarrow 15x - 11y + 46 = 0$

4. $A(6,2)$, B(-5, -1) மற்றும் C(1,9) ஆகியவற்றை முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC -ன் முனை A யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு மற்றும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு



A யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் சமன்பாடு:

BC யின் நடுப்புள்ளி = D $\left(\frac{-5+1}{2}, \frac{-1+9}{2}\right)$

= D(-2, 4)

AD யின் சமன்பாடு A(6,2), D(-2,4)

$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$\Rightarrow \frac{y-2}{4-2} = \frac{x-6}{-2-6}$

$\Rightarrow \frac{y-2}{2} = \frac{x-6}{-8}$

$\Rightarrow \frac{y-2}{1} = \frac{x-6}{-4}$

$\Rightarrow x - 6 = -4y + 8$

$\Rightarrow x + 4y - 14 = 0$

A யிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

B(-5-1), C(1,9)

சாய்வு BC = $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{9+1}{1+5} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

AD ⊥ BC என்பதால் சாய்வு AD = $\frac{-3}{5}$ மற்றும் A (6,2)

AD என்ற குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடு

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$\Rightarrow y - 2 = \frac{-3}{5}(x - 6)$

$\Rightarrow 5y - 10 = -3x + 18$

$\Rightarrow 3x + 5y - 28 = 0$

5. (–1, 2) என்ற புள்ளி வழி செல்வதும், சாய்வு $\frac{-5}{4}$ உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க.

<u>தீர்வு</u> தரப்பட்ட புள்ளி (–1,2), சாய்வு $\frac{-5}{4}$

தேவையான சமன்பாடு, $y - y_1 = m(x - x_1)$

$\Rightarrow \quad y - 2 = \frac{-5}{4}\left(x - (-1)\right) \Rightarrow 4y - 8 = -5x - 5$

$\Rightarrow \quad 5x + 4y - 3 = 0$

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள x,y வெட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க (i) 4,-6 (ii) -5, $\frac{3}{4}$

<u>தீர்வு</u>

(i) x வெட்டுத்துண்டு a = **4**, y வெட்டுத்துண்டு b =**-6**

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$$

$$\frac{6x-4y}{24} = 1$$

$$\frac{2(3x-2y)}{24} = 1$$

$$\frac{3x-2y}{12} = 1$$

$$3x - 2y = 12$$

$$3x - 2y - 12 = 0$$

(i) x வெட்டுத்துண்டு a = **-5**, y வெட்டுத்துண்டு b = $\frac{3}{4}$

நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$\frac{x}{-5} + \frac{y}{\frac{3}{4}} = 1$$

$$\frac{x}{-5} + \frac{4y}{3} = 1$$

$$\frac{3x-20y}{-15} = 1$$

$$3x - 20y = -15$$

$$3x - 20y + 15 = 0$$

7. கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோடுகளின் சமன்பாட்டிலிருந்து ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

(i) $3x - 2y - 6 = 0$ (ii) $4x + 3y + 12 = 0$

<u>தீர்வு</u> வெட்டுத் துண்டு வடிவச் சமன்பாடு $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$\because a -$ x வெட்டுத் துண்டு, b- y வெட்டுத்துண்டு

(i) **3x - 2y – 6 = 0**

$\Rightarrow 3x - 2y = 6 \Rightarrow \frac{3x}{6} - \frac{2y}{6} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1 \Rightarrow \therefore a = 2, b = -3$

(ii) **4x + 3y + 12 = 0**

$4x + 3y = -12 \quad (\div -12)$

$\Rightarrow \frac{4x}{-12} + \frac{3y}{-12} = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} = 1 \Rightarrow \therefore a = -3, b = -4$

EXERCISE 5.5

1. (–5,0), (0,–5) மற்றும் (5,0) ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு

   (1) 0 ச.அலகுகள் (2) 5 ச.அலகுகள் (3) 25 ச.அலகுகள் (4) எதுவுமில்லை

2. ஒரு சுவரின் அருகே நடந்து சென்று கொண்டிருக்கும் ஒரு நபருக்கும் சுவருக்கும் இடையே உள்ள தூரம் 10 அலகுகள். சுவரை Y-அச்சாகக் கருதினால், அந்த நபர் செல்லும் பாதை என்பது.

   (1) x = 0 (2) x = 10 (3) y = 0 (4) y = 10

3. x = 11 எனக் கொடுக்கப்பட்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாடானது

   (1) ஆதிப் புள்ளி வழிச் செல்லும் (2) (0,11) என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும்

   (3) X - அச்சுக்கு இணை (4) Y - அச்சுக்கு இணை

4. (5,7), (3,p) மற்றும் (6,6) என்பன ஒரு கோட்டமைந்தவை எனில், p –யின் மதிப்பு

   (1) 9 (2) 12 (3) 3 (4) 6

5. 3x – y = 4 மற்றும் x + y = 8 ஆகிய நேர்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி

   (1) (3,5) (2) (2,4) (3) (5,3) (4) (4,4)

6. (12,3), (4,a) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடடின் சாய்வு $\frac{1}{8}$ எனில் a –யின் மதிப்பு

   (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) -5

7. (0,0) மற்றும் (–8,8) என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தான கோட்டின் சாய்வு

   (1) -1 (2) 1 (3) $\frac{1}{3}$ (4) -8

8. கோட்டுத்துண்டு PQ–யின் சாய்வு $\frac{1}{\sqrt{3}}$ எனில், PQ –க்கு செங்குத்தான இரு சம வெட்டியில் சாய்வு

   (1) 0 (2) $\sqrt{3}$ (3) - $\sqrt{3}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

9. Yஅச்சில் அமையும் புள்ளி A–யின் செங்குத்துத் தொலைவு 8 மற்றும் X– அச்சில் அமையும் புள்ளி B–யின் கிடைமட்டத் தொலைவு 5 எனில், AB என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாடு

   (1) 8x – 5y = 40 (2) 8x + 5y = 40 (3) y = 5 (4) x = 8

10. 8y= 4x + 21, என்ற நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டிற்குக் கீழ்க்கண்டவற்றுள் எது உண்மை ?

   (1) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 1.6 (2) சாய்வு 0.5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு2.6

   (3) சாய்வு 5 மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு 2.6 (4) சாய்வு 5 மற்றம் y வெட்டுத்துண்டு 1.6

11. ஒரு நாற்கரமானது ஒரு சரிவகமாக அமையத் தேவையான நிபந்தனை

(1) இரு பக்கங்கள் இணை மற்றும் இரு பக்கங்கள் இணையற்றவை

(2) இரு பக்கங்கள் இணை **(3)** எதிரெதிர் பக்கங்கள் இணை (4)அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம்

12. சாய்வைப் பயன்படுத்தி நாற்கரமானது ஓர் இணைகரமாக உள்ளது எனக் கூற நாம் காண வேண்டியவை

(1) அனைத்துப் பக்கங்களின் நீளங்கள் **(2)** இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள் மற்றும் நீளங்கள்

(3) இரு சோடி எதிர் பக்கங்களின் சாய்வுகள் **(4)** இரு பக்கங்களின் சாய்வுகள்

13. (2,1) ஐ வெட்டுப் புள்ளியாகக் கொண்ட இரு நேர்கோடுகள்

(1) $x + 3y - 3 = 0; x - y - 7 = 0$ (2) $3x + y = 3; x + y = 7$

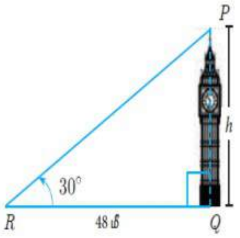
(3) $x + y = 3; 3x + y = 7$ (4) $x - y - 3 = 0; 3x - y - 7 = 0$

CHAPTER – 6

முக்கோணவியல்

EXAMPLE 6.19

ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தை மீ, தொலைவினில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 3 கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



தீர்வு ΔPQR ல் $\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

$\tan 30° = \frac{h}{48}$

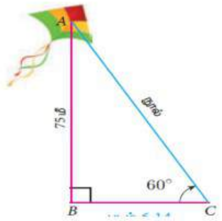
$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{48}$

$h = \frac{48}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{48\sqrt{3}}{3}$

$h = 16\sqrt{3}$ மீ

EXAMPLE 6.20

தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டப்பட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக் கோணம் 60 ° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்க்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்.)



தீர்வு ΔABC யில் $\sin\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$

$\sin 60° = \frac{75}{AC}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = = \frac{75}{AC}$

$AC = \frac{75 \times 2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

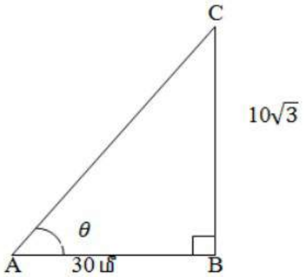
$AC = 50\sqrt{3}$ மீ

∴கயிற்றின் நீளம் = **50** $\sqrt{3}$ மீ

EXERCISE 6.2

1. $10\sqrt{3}$ மீ. உயரமுள்ள கோபுரத்தி ன்அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

தீர்வு ΔABC யில் $\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$



$$\tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

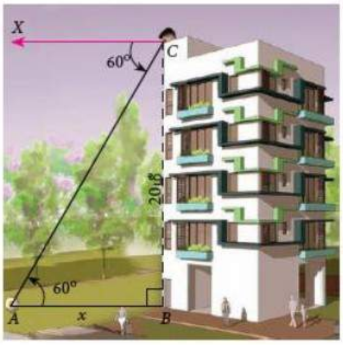
$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \theta = 30°$$

EXAMPLE 6.26

20மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்து கொண்டு தரையில் உள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில் கட்டிட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.732$)

தீர்வு



கட்டிடத்தின் உயரம், BC = 20 மீ என்க

தரையில் பந்து இருக்கும் இடத்தை A என்க

செங்கோண முக்கோணம் ABC யில் $\tan\theta = \frac{BC}{AB}$

$$\tan 60° = \frac{20}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20}{AB}$$

$$AB = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

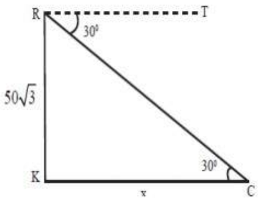
$$AB = \frac{20\sqrt{3}}{3} = \frac{20 \times 1.732}{3} = \frac{34.640}{3} = 11.54 \text{ மீ}$$

எனவே கட்டிடத்தின் அடிக்கும் பந்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு = **11.54மீ**

EXERCISE 6.3

1. $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க.

தீர்வு ΔABC யில் $\tan\theta = \frac{\text{எதிர்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$



$$\tan 30° = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{BC}$$

$BC = 50\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 50\,(3) = 150$ மீ

EXERCISE 6.5

1. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும், அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3} : 1$, எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது

   (1) 90° **(2) 60°** (3) 45° (4) 30°

2. ஒரு மின்கம்பமானது அதன் அடியில் சமதளப் பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் 30° கோணத்தை ஏற்படுத்துகிறது. முதல் புள்ளிக்கு bமீ உயரத்தில் உள்ள இரண்டாவது புள்ளியிலிருந்து மின்கம்பத்தின் அடிக்கு இறக்ககோணம் 60°. எனில், மின் கம்பத்தின் உயரமானது.

   (1) $\frac{b}{3}$ (2) $\frac{b}{\sqrt{3}}$ (3) $\sqrt{3}$ b (4) $\frac{b}{2}$

3. ஒரு கோபுரத்தின் உயரம் 60 மீ ஆகும். சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோணம் 30° –யிலிருந்து 45° ஆக உயரும்போது, கோபுரத்தின் நிழலானது x மீ குறைகிறது எனில், x ன் மதிப்பு

   (1) 43 (2) 41.92 **(3) 43.92** (4) 45.6

4. பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உச்சியிலிருந்து 20மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் உச்சி, அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 60° எனில், பல அடுக்குக் கட்டடத்தின் உயரம் மற்றும் இரு கட்டடங்களுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவானது (மீட்டரில்)

   (1) 30,10$\sqrt{3}$ (2) 30,5$\sqrt{3}$ (3) 20,10 (4) 20,10$\sqrt{3}$

5. இரண்டு நபர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு x மீ ஆகும். முதல் நபரின் உயரமானது இரண்டாவது நபரின் உயரத்தைப் போல இரு மடங்காக உள்ளது. அவர்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு நேர்கோட்டின் மையப் புள்ளியிலிருந்து இரு நபர்களின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் நிரப்புக்கோணங்கள் எனில், குட்டையாக உள்ள நபரின் உயரம்(மீட்டரில்) காண்க.

   (1)2x (2) $\sqrt{2x}$ (3) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ **(4)** $\frac{x}{2\sqrt{2}}$

6. ஓர் ஏரியின் மேலே h மீ உயரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து மேகத்திற்கு உள்ள ஏற்றக்கோணம் β. மேக பிம்பத்தின் இறக்கக் கோணம் 45° எனில், ஏரியில் இருந்து மேகத்திற்கு உள்ள உயரமானது.

   (1) $\frac{h(1-\tan\beta)}{1+\tan\beta}$ **(2)** $\frac{h(1+\tan\beta)}{1-\tan\beta}$ (3) $h\tan(45° - \beta)$ (4) இவை ஒன்றும் இல்லை.

CHAPTER - 7

அளவியல்

EXAMPLE 7.2

88 ச.செ.மீ வளைபரப்புடைய ஒரு நேர்வட்ட உருளையின் உயரம் 14 செ.மீ எனில், உருளையின் விட்டம் காண்க.

தீர்வு உருளையின் வளைபரப்பு = 88 ச.செ.மீ

$2\pi r h = 88 \implies 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 14 = 88 \implies 2r = \frac{88}{14} \times \frac{7}{22} \implies 2r = 2$

உருளையின் விட்டம் = 2 செ.மீ

EXAMPLE 7.6

704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில் அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு கூம்பின் மொத்தப் புறப்பரப்பு = 704 ச.செ.மீ

$\pi r (l + r) = 704$

$\frac{22}{7} \times 7 (l + 7) = 704$

$l + 7 = \frac{704}{22} = \frac{64}{2} = 32$

$l + 7 = 32, \; l = 32 - 7 = 25$ செ.மீ

∴ கூம்பின் சாயுயரம் = 25 செ.மீ.

EXAMPLE 7.8

ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க.

தீர்வு கோளத்தின் புறப்பரப்பு =154 ச.மீ

$4\pi r^2 = 154 \implies 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = \frac{154}{4} \times \frac{7}{22} = \frac{7}{2}$

கோளத்தின் ஆரம், $r = \frac{7}{2}$ செ.மீ ; கோளத்தின் விட்டம் $d = 7$ மீ

EXAMPLE 7.9

ஒரு கோள வடிவ வளிக் கூண்டினுள் (Balloon) காற்று உந்தப்படும்போது அதன் ஆரம் 12 செ.மீ லிருந்து 16 செ.மீ ஆக உயருகிறது. இரு புறப்பரப்புகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு r_1 மற்றும் r_2 வளிக்கூண்டின் ஆரங்கள் என்க.

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

எனவே புறப்பரப்புகளின் விகிதம் $= \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

புறப்பரப்புகளின் விகிதம் = 9 : 16

EXAMPLE 7.10

ஒரு திண்ம அரைக்கோளத்தின் அடிப்பரப்பு 1386 ச.மீ எனில் அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு திண்ம அரைக்கோணத்தின் அடிப்பரப்பு, πr^2 = **1386** ச.மீ

அரைக்கோணத்தின் மொத்தப்பரப்பு = **3** πr^2 =**3** x1386=4158 ச.மீ

ஆகவே அரைக்கோணத்தின் மொத்தப்பரப்பு = 4158 ச.மீ

EXAMPLE 7.13

ஓர் கூம்பின் இடைக்கண்டச் சாயுயரம் 5 செ.மீ ஆகும். அதன் இரு ஆரங்கள் 4 செ.மீ மற்றும் 1 செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு l = **5** செ.மீ, R = 4 செ.மீ r = 1 செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு = π (R + r) l ச.அ

$= \frac{22}{7}\ (4+1)$ x 5 $= \frac{22\times5\times5}{7} = \frac{550}{7}$ = 78.57 ச.செ.மீ

EXAMPLE 7.14

தொழிற்சாலையின் உலோக வாளி, கூம்பு இடைக்கண்ட வடிவில் உள்ளது. அதன் மேற்புற, அடிப்புற விட்டங்கள் முறையே 10 மீ, 4 மீ ஆகும். அதன் உயரம் 4 மீ எனில், இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு, மொத்தபரப்பு காண்க.

தீர்வு மேல்விட்டம் = **10**மீ, ஆரம் R = **5** மீ

கீழ்விட்டம் = **4**மீ, ஆரம் r = **2**மீ

உயரம் h = **4**மீ

சாயுரம் l = $\sqrt{h^2+(R-r)^2}$ = $\sqrt{4^2+(5-2)^2}$ = $\sqrt{16+9}$

= $\sqrt{25}$ = 5 மீ ⟹ l = 5 மீ

இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு = π (R + r) l ச.அ

$= \frac{22}{7}\ (5+2)$ x 5

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 5$ = 110 மீ^{2}

இடைக்கண்டத்தின் மொத்தபரப்பு = [π (R + r) l + $\pi R^2 + \pi r^2$]ச.அ

= π [(R + r) l + $R^2 + r^2$]

$= \frac{22}{7}[(5+2)5+25+4] = \frac{1408}{7} = 201.14$

∴ வளைபரப்பு = 110 மீ^{2} மற்றும் மொத்தபரப்பு = 201.14 மீ^{2}

EXERCISE 7.1

1. **ஒரு மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ₹2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்காக மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.**

   தீர்வு

   படத்திலிருந்து, r = **6**மீ, R = **12**மீ மற்றும் h = **8** மீ.

   ஆனால், $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$ = **10**மீ. , $l = 10$மீ

மேசை விளக்கின் மொத்த பரப்பு = மேசை விளக்கின் வளைவு + மேற்பகுதியின் பரப்பு

$= \pi(R + r)l + \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 18 \times 10 + \frac{22}{7} \times 6 \times 6$

$= \frac{22}{7} \times 6[30+6] = \frac{22}{7} \times 6 \times 36$

$= 678.86$ மீ^{2}

1 ச.மீ.க்கு ஆகும். செலவு ₹**2.**

∴வர்ணம் பூசஆகும் செலவு = **678.86** x 2 = ₹ 1357.72.

EXAMPLE 7.23

45 செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இருபுற ஆரங்கள் முறையே 28 செ.மீ, 7 செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு h = **45** செ.மீ, R = **28** செ.மீ, r = **7** செ.மீ

இடைகண்டத்தின் கனஅளவு = $\frac{1}{3}\pi h[\ R^2 + Rr + r^2\ ]$ க.அ

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45[\ 28^2 + 28\times 7 + 7^2\ ] = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45[\ 784 + 196 + 49\ ]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 1029 = 22 \times 15 \times 147 = 48510$ செ.மீ^{3}

EXERCISE 7.2

1. **விட்டம் 20 செ.மீ உள்ள ஓர் உருளை வடிவக் கண்ணாடிக் குவளையில் 9 செ.மீ உயரத்திற்கு நீர் உள்ளது. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் உயரம் 4 செ.மீ உடைய ஓர் சிறிய உலோக உருளை, நீரில் முழுமையாக மூழ்கும்போது ஏற்படும் நீரின் உயர்வைக் கணக்கிடுக.**

தீர்வு

உருளை வடிவக் கண்ணாடியின் $=10$ செ.மீ, கண்ணாடி குவளையின் தண்ணீரின் உயரம் $=h_1$

உலோக உருளையின் r_2 = **5** செ.மீ, $h_2 = 4$ செ.மீ

உயர்த்தப்பட்ட நீரின் கன அளவு = உலோக உருளையின் கன அளவு

$\pi {r_1}^2 h_1 = \pi {r_2}^2 h_2$

$h_1 = \frac{{r_2}^2 h_2}{{r_1}^2} = \frac{\mathbf{5 \times 5 \times 4}}{\mathbf{10 \times 10}} = \mathbf{1}$

நீரின் உயரம் = **1** செ.மீ

2. **இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 7 எனில், அவ.றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.**

தீர்வு

இரு கோணங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் = **4 : 7** = $\frac{4}{7}$

கோளம் **1–**ன் ஆரம் $r_1 = 4x$

கோளம் **2–**ன் ஆரம் $r_2 = 7x$

கன அளவுகளின் விகிதம் = $\frac{\frac{4}{3}\pi {r_1}^3}{\frac{4}{3}\pi {r_2}^3} = \frac{{r_1}^3}{{r_2}^3} = \frac{(4x)^3}{(7x)^3} = \frac{4^3 \times x^3}{7^3 \times x^3}$

$= \frac{4^3}{7^3} = \frac{64}{343}$

கன அளவுகளின் விகிதம் **64 : 343**

3. உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ₹40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

தீர்வு h = 16 செ.மீ, r = 8 செ.மீ, R = 20 செ.மீ,

இடைகண்டத்தின் கனஅளவு = $\frac{1}{3}\pi h[R^2 + Rr + r^2]$ க.அ

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[20^2 + 20(8) + 8^2]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16[400 + 160 + 64]$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 16 \times 624 = 10459.42$ செ.மீ^{3}

= 10.459 லிட்டர்

1 லிட்டர் பாலின் விலை = ₹ 40

10.459 லிட்டர் பாலின் விலை = 10.459 × 40 = ₹ 418.36

EXERCISE – 7.5

1. 15 செ.மீ உயரமும் 16 செ.மீ விட்டமும் கொண்ட ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் வளைபரப்பு

   (1) 68π ச.செ.மீ (2) 60π ச.செ.மீ **(3) 136π ச.செ.மீ** (4) 120π ச.செ.மீ

2. r அலகுகள் ஆரம் உடைய இரு சம அரைக் கோளங்களின் அடிப்பகுதிகள் இணைக்கப்படும் போது உருவாகும் திண்மத்தின் புறப்பரப்பு

   (1) $3\pi r^2$ ச.அ **(2) $4\pi r^2$ ச.அ** (3) $6\pi r^2$ ச.அ (4) $8\pi r^2$ ச.அ

3. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம்

   (1) 5 செ.மீ (2) 10 செ.மீ **(3) 12 செ.மீ** (4) 13 செ.மீ

4. ஒரு உருளையின் உயரத்தை மாற்றாமல் அதன் ஆரத்தைப் பாதியாகக் கொண்டு புதிய உருளை உருவாக்கப்படுகிறது. புதிய மற்றும் முந்தைய உருளைகளின் கன அளவுகளின் விகிதம்

   (1) 1:6 (2) 1:8 (3) 1:2 **(4) 1:4**

5. ஒரு உருளையின் ஆரம் அதன் உயரத்தில் மூன்றில் ஒரு பங்கு எனில், அதன் மொத்தப் புறப்பரப்பு

   (1) $\frac{8\pi h^2}{9}$ ச.அ (2) $\frac{9\pi h^2}{8}$ ச.அ (3) $\frac{56\pi h^2}{9}$ ச.அ (4) $24\pi h^2$ ச.அ

6. ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் வெளிப்புற மற்றும் உட்புற ஆரங்களின் கூடுதல் 14 செ.மீ மற்றும் அதன் தடிமன் 4 செ.மீ ஆகும். உருளையின் உயரம் 20 செ.மீ எனில், அதனை உருவாக்கப் பயன்பட்ட பொருளின் கன அளவு

(1) 56π க.செ.மீ (2) 3600π க.செ.மீ (3) 5600π க.செ.மீ **(4) 11200π க.செ.மீ**

7. ஒரு கூம்பின் அடிப்புற ஆரம் மும்மடங்காகவும் உயரம் இரு மடங்காகவும் மாறினால் கன அளவு எத்தனை மடங்காக மாறும் ?

(1) 6 மடங்கு (2) 12 மடங்கு **(3)18 மடங்கு** (4) மாற்றமில்லை

8. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் ---- மடங்காகும்.

(1) 4π **(2) 3π** (3) 2π (4) π

9. x- செ.மீ ஆரமுள்ள ஒரு திண்மக் கோளம் அதே ஆரமுள்ள ஒரு கூம்பாக மாற்றப்படுகிறது எனில், கூம்பின் உயரம் **(1) $4x$ செ.மீ** (2) 3x செ.மீ (3) 2x செ.மீ (4) x செ.மீ

10. 16 செ.மீ உயரமுள்ள ஒரு நேர்வட்டக் கூம்பின் இடைக்கண்ட ஆரங்கள் 8 செ.மீ மற்றும் 20 செ.மீ எனில், அதன் கன அளவு

(1) 3228π க.செ.மீ (2) 3240 π க.செ.மீ (3) 3328π க.செ.மீ (4) 3340π க.செ.மீ

11. கீழ்க்காணும் எந்த இரு உருவங்களை இணைத்தால் ஒரு இறகுபந்தின் வடிவம் கிடைக்கும்

(1) கூம்பின் இடைக்கண்டம் மற்றும் அரைக்கோணம் (2) உருளை மற்றும் கோளம்

(3) கோளம் மற்றும் கூம்பு (4) அரைக்கோளம் மற்றும் கூம்பு

12. r_1 அலகுகள் ஆரமுள்ள ஒரு கோளப்பந்து உருக்கப்பட்டு r_2அலகுகள் ஆரமுடைய 8 சமகோள பந்துகளாக ஆக்கப்படுகிறது எனில் $r_1: r_2$

(1) 1 : 4 (2) 4 : 1 (3) 1:2 **(4) 2:1**

13. 1 செ.மீ ஆரமும் 5 செ.மீ உயரமும் கொண்ட ஒரு மர உருளையிலிருந்து அதிகபட்சக் கன அளவு கொண்ட கோளம் வெட்டி எடுக்கப்படுகிறது எனில், அதன் கன அளவு (க.செ.மீ–ல்)

(1) 5π **(2) $\frac{4}{3}\pi$** (3) $\frac{10}{3}\pi$ (4) $\frac{20}{3}\pi$

14. இடைக்கண்டத்தை ஒரு பகுதியாகக் கொண்ட ஒரு கூம்பின் உயரம் மற்றும் ஆரம் முறையே h_1அலகுகள் மற்றும் r_1அலகுகள் ஆகும். இடைக்கண்டத்தின் உயரம் மற்றும் சிறிய பக்க ஆரம் முறையே h_2 அலகுகள் மற்றும் r_2அலகுகள் மற்றும் $h_2 : h_1 = 1 : 2$எனில் $r_2 : r_1$ ன் மதிப்பு

(1) 1:2 (2) 2:1 (3) 1:3 (4) 3:1

15. சமமான விட்டம் மற்றும் உயரம் உடைய ஓர் உருளை, ஒரு கூம்பு மற்றும் ஒரு கோளத்தின் கன அளவுகளின் விகிதம் (1) 1:2:3 **(2) 3:1:2** (3)2:1:3 (4)1:3:2

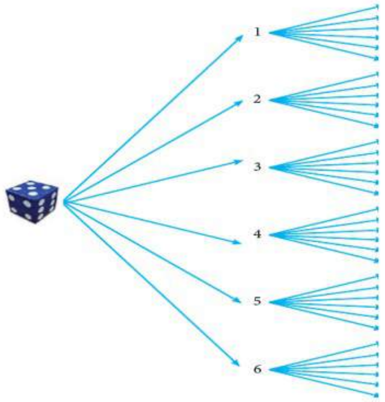
CHAPTER - 8

புள்ளியியலும் நிகழ்தகவும்

<u>EXAMPLE 8.17</u>

மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை எழுதுக.

தீர்வு இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்போது ஒவ்வொரு பகடையிலும் **6** முக மதிப்புகள் **1, 2, 3, 4, 5, 6** என உள்ளதால் கீழ்க்காணும் மர வரைபடத்தைப் பெறலாம்.



அதனால், கூறுவெளியை

S = {(1,1),(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)} என எழுதலாம்

<u>EXAMPLE 8.18</u>

ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள் முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>

மொத்த வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை n(S) = 5 + 4 = 9

(i) A என்பது நீல நிறப்பந்தை பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A நிகழ்வதற்கான வாய்ப்புகளின் எண்ணிக்கை n(A) = 5

நீலநிறப் பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$

(ii) $\bar{A}$ ஆனது நீல நிறப்பந்து கிடைக்காமல் இருக்கும் நிகழ்ச்சி. எனவே,

P($\bar{A}$) = 1 - P(A) = 1 - $\frac{5}{9} = \frac{4}{9}$

<u>EXAMPLE 8.19</u>

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 –க்குச் சமமாக (ii) 10–ஐ விடப் பெரிதாக (iii) 13–ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

<u>தீர்வு</u> இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படும்பொழுது, கூறுவெளியானது

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}என இருக்கும். எனவே n(S) =36

(i) A ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4–ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A = {(1,3), (2,2), (3,1)}; n(A) = 3   P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(ii) B ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10–ஐ விட பெரிய எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

B = {(5,6), (6,5), (6,6)}; n(B) = 3   P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36}$

(iii) C ஆனது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13–ஐ விட குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. எனவே C =S.

ஆகவே, n(C) = n (S) = 36. $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$

EXAMPLE 8.20

இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

தீர்வு இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது அதன் கூறுவெளியானது

S = {HH, HT, TH, TT}; n(S) = 4

A ஆனது நாணயங்களில் வெவ்வேறு முகங்கள் கொண்ட நிகழ்ச்சி என்க.

A = { HT, TH }; n(A) = 2

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

EXAMPLE 8.21

நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது (i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு (ii) ஹார்ட் சீட்டு (iii) சிவப்பு நிற இராசா (iv) முக சீட்டு (v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறிக.

தீர்வு n(S) = 4

Suits of playing cards	Spade ♠	Heart ♥	Clavor ♣	Diamond ♦
Cards of each suit	A	A	A	A
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9
	10	10	10	10
	J	J	J	J
	Q	Q	Q	Q
	K	K	K	K
Set of playing cards in each suit	13	13	13	13

(i) A என்பது சிவப்புச் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. n(A) = 26

சிவப்பு சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

(ii) B என்பது ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. n(B) = 13

ஹார்ட் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(B) == \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

(iii) C என்பது சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. n(C) = 2

எனவே, சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

(iv) D என்பது முகச்சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. முகச்சீட்டுகளாவன ப (J) அரசி (Q) மற்றும் இராசா (K) n(D) = 4 x 3 = 12

முகச்சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

(v) E என்பது எண் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. எண் சீட்டுகளாவன **2,3,4,5,6,7,8,9** மற்றும் **10.** n(E) = 4 x 9 = 36

எண் சீட்டுகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு, $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$

EXAMPLE 8.22

ஒரு நெட்டாண்டில்(leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ? (குறிப்பு 366 = 52 x 7 + 2)

தீர்வு S = {(ஞாயிறு – திங்கள், திங்கள் – செவ்வாய், செவ்வாய் – புதன்,
புதன் – வியாழன், வியாழன் – வெள்ளி, வெள்ளி – சனி, சனி – ஞாயிறு) }

n(S) = 7

A என்பது 53–வது சனிக்கிழமை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

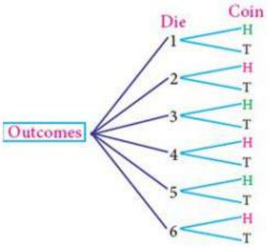
எனவே A = { வெள்ளி – சனி, சனி – ஞாயிறு } n(A) = 2

53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$

EXAMPLE 8.23

ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு கூறுவெளி S = { 1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T}



n(S) = 12

A ஆனது ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் தலைக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

A = { 1H, 3H, 5H} ; n(A) = 3

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

EXAMPLE 8.24

ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப்பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்த பந்துகளின எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு பச்சை பந்துகளின் எண்ணிக்கை n(G) = 6

சிவப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை n(R) = x என்க

எனவே, கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை n(B) = 2x

மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை n(S) = 6 +x + 2x = 6 +3x

கொடுக்கப்பட்டது, P(G) = 3 x P(R)

$\frac{n(G)}{n(S)} = 3 \text{ x} \frac{n(R)}{n(S)}$

$\frac{6}{6+3x} = 3 \times \frac{x}{6+3x}$

3x = 6 லிருந்து, x = 2

(i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 2 x 2 =4

(ii) மொத்த பந்துகளின் எண்ணிக்கை = 6 + (3x 2) = 12

EXAMPLE 8.25

படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் 1, 2, 3, ...12 என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது (i)7 (ii) பகா எண் (iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறிக ?

தீர்வு

கூறுவெளி, S= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

n (S) = 12

(i) A ஆனது, அம்புக்குறி எண் 7−ல் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$

(ii) B ஆனது, அம்புக்குறி பகா எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

B = {2, 3, 5, 7, 11} ; n(B) = 5

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{12}$

(iii) C ஆனது, அம்புக்குறி பகு எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

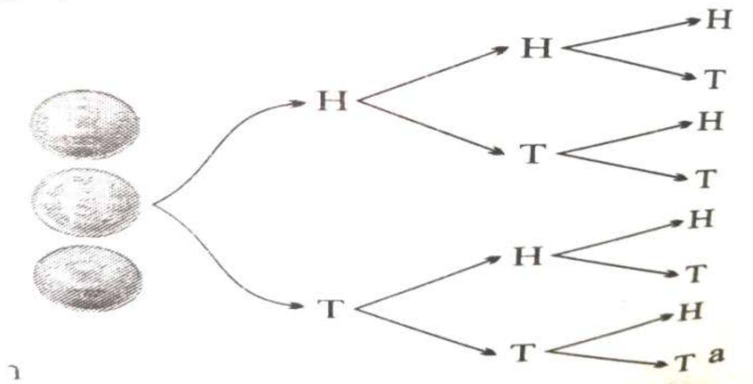
C = {4, 6, 8, 9, 10, 12}; n(C) = 6

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

EXERCISE 8.3

1. மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படும்பொழுது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

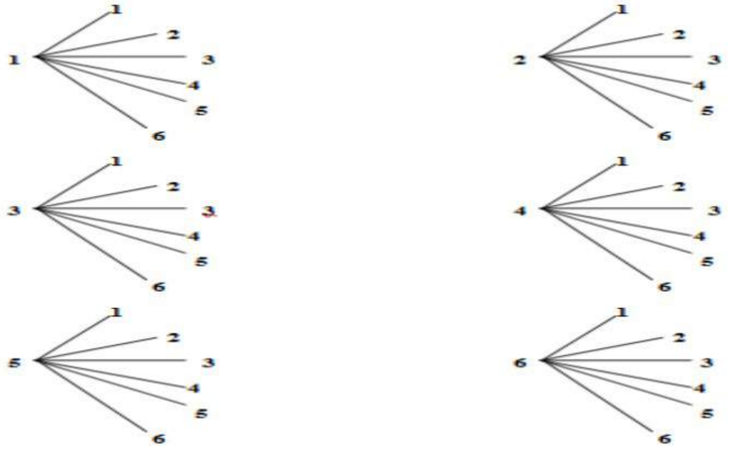
<u>தீர்வு</u>



வரைபடத்திலிருந்து, மூன்று நாணயங்கள் சுண்டும்போது கூறுவெளி

= { HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT }

2. ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட பந்துகளிலிருந்து இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாக குறிப்பிடுக. (மீண்டும் திரும்ப வைக்கும் முறை)



கூறுவெளி "S" =

(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)

3. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17 : 15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில், (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$ – ஐக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$

$\frac{1-P(\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$

$15\,[1 - P(\bar{A})] = 17\,P(\bar{A}) \quad \Rightarrow 15 - 15\,P(\bar{A}) = 17\,P(\bar{A})$

$15 = 15\,P(\bar{A}) + 17\,P(\bar{A}) \quad \Rightarrow 32\,P(\bar{A}) = 15$

$P(\bar{A}) = \frac{15}{32} \quad \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A})$

$= 1 - \frac{15}{32} \quad = \frac{32-15}{32} \quad = \frac{17}{32}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}; \quad \frac{17}{32} = \frac{n(A)}{640} \quad \Rightarrow n(A) = \frac{17 \times 640}{32} \quad n(A) = 340$

4. ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

தீர்வு

S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT}

n(S) = 8

நிகழ்ச்சி A: அடுத்தடுத்து பூ விழ நிகழ்ச்சி = {HTT, TTH, TTT}

P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$

5. ஒரு பொது விழாவில், 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையைச் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண் 500–ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண் இருந்தால், அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவர். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii) முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>

n(S) = 1000 என்க

E என்பது எண் 500–ஐ விட அதிகமுள்ள வர்க்க எண் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$\Rightarrow E = \{x : (\sqrt{500})^2 < x < (\sqrt{1000})^2\}$ $(\because \sqrt{500} = 22.36. \sqrt{1000} = 31.62)$

$\therefore E = \{23^2, 24^2, 25^2, \ldots, 31^2\}$

$n(E) = 9$

P(E) = $\frac{n(E)}{n(S)} = \frac{9}{1000}$

(i) P(முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற) = $\frac{9}{1000}$

(ii) P(இரண்டாவது விளையாடுபவர் முதல் பரிசு பெற) = $\frac{8}{999}$. $(\because n(s) = 999)$

6. ஒரு பையில் 12 நீல நிறப்பந்துகளும், x சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. (i) அது சிவப்பு நிறப்பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. (ii) 8 புதிய சிவப்பு நிறப்பந்துகள் அப்பையில் வைத்த பின்னர், ஒரு சிவப்பு நிறப்பந்தை தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது (i) 1 ல் பெறப்பட்ட நிகழ்தகவைப் போல இருமடங்கு எனில், x–ன் மதிப்பினைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>

n(B) = 12; n(R) = x; n(S) = 12 + x. ($\because B$ – நீல நிறப்பந்து , R - சிவப்பு நிறப்பந்து)

P(R) = $\frac{n(R)}{n(S)}$

(i) P(R) = $\frac{x}{12+x}$

(ii) 12 நீல நிறப்பந்துகளுடன் x சிவப்பு நிறப்பந்தகளும் வைத்த பின்னர் புதிய 8 சிவப்பு நிறபந்துகளும் வைக்கப்படுகிறது.

$\therefore n(S) = 20 + x$; n(R) = x + 8

P(R) = $\frac{x+8}{20+x}$

(2) ஆனது (1) –ஐ விட இரண்டு மடங்கு

$\Rightarrow \frac{x+8}{20+x} = \frac{2x}{12+x}$

$\Rightarrow (12 + x)(x + 8) = (20 + x)\,2x$

$\Rightarrow 12x + 96 + x^2 + 8x = 40x + 2x^2$

$\Rightarrow x^2 + 20x - 96 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 24) = 0$

$\therefore x = 4$ ($\because x = -24$ பொருந்தாது)

$(1) \Rightarrow P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

7. இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1 – ஆக இருக்க, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>

கூறுவெளி "S" =
(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)
(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)
(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)
(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)
(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)
(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

n(S) = 36

(i) A = இரண்டு பகடையிலும் ஒரே முகம் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = {(1,1), (2,2), (3,3),(4,4),(5,5),(6,6)}

n(A) = 6 ; $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) B = முகமதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

B = {(1,2), (1,3), (1,5), (2,1),(3,1), (5,1)}

n(B) = 6 ; $P(B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(iii) C = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாக கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

C ={(1,1), (2,1), (1,2),(1,4), (4,1), (1,6), (6,1), (2,3), (2,5), (3,2), (3,4),(4,3), (5,2), (5,6), (6,5) }

n(C) = 14 ; $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

(iv) D = முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1 ஆக இருக்க நிகழ்ச்சி என்க

n(D) = 0 ; $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = 0$

8. மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. (i)அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க (ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க (iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க (iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> S = { HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT} n(S) = 8

(i) A = அனைத்தும் தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = { HHH} n(A) = 1 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

(ii) B = குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

B = { HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT} n(B) = 7 $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

(iii) C = அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

C = { TTT, TTH, THT, HTT} n(C) = 4 $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

(iv) D = அதிகபட்சம் இரு பூக்கள் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

D = { TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH, HHH} n(D) = 7 $P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

9. ஒரு பையில் 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப் பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும் 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii)வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> S = {5சி, 6வெ, 7ப, 8நீ} n(S) = 26

i) A என்பது வெள்ளை நிற பந்து என்க

n(A) = 6 ; $P(A) = \frac{6}{26} = \frac{3}{13}$

ii) B என்பது கருப்பு (அ) சிகப்பு நிற பந்து என்க

n(A) = 8 + 5 =13 ; $P(B) = \frac{13}{26} = \frac{1}{2}$

iii) A என்பது வெள்ளை நிற பந்து இல்லை என்க

n(A) = 20 ; $P(A) = \frac{20}{26} = \frac{10}{13}$

iv) A என்பது வெள்ளை அல்லது கருப்பு நிற பந்து என்க

n(A) = 14 ; $P(A) = \frac{14}{26} = \frac{7}{13}$

வெள்ளையாகவும் கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருக்க

$P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{13} = \frac{6}{13}$

10. ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகளும் ஒரு சில குறைபாடுடைய விளக்குகளும் உள்ளன. பெட்டியிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படும் ஒரு விளக்கானது குறைபாடுடையதாக இருப்பதற்கான வாய்ப்பு $\frac{3}{8}$ எனில், குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> ஒரு பெட்டியில் 20 குறைபாடில்லாத விளக்குகள் மற்றும் x என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் என்பதால்

n(S) = x + 20

A என்பது குறைபாடுடைய விளக்குகள் எடுக்கும் நிகழ்ச்சி என்க

n(A) = x

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{x}{x+20}$

கொடுக்கப்பட்ட விவரத்தின்படி

$$\frac{x}{x+20} = \frac{3}{8}$$

8x = 3x + 60

5x = 60

x = 12 ∴குறைபாடுடைய விளக்குகளின் எண்ணிக்கை = 12

11. நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது (i) க்ளாவர் ஆக (ii) சிவப்பு இராணியாக (iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> n(S) = 46

(i) A = கிளாவர் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

n(A) = 13 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$

(ii) B = சிவப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

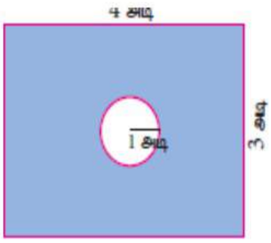
Suits of playing cards	Spade ♠	Heart ♥	Clavor ♣	Diamond ♦
Cards of each suit	A	A	A	A
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9
	10	10	10	10
	J	J	J	J
	Q	Q	Q	Q
	K	K	K	K
Set of playing cards in each suit	13	13	13	13

$n(B) = 0 \qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46}$

(iii) C = கருப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(C) = 1 \qquad P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$

12. மாணவர்கள் விளையாடும் ஒரு விளையாட்டில் அவர்களால் எறியப்படும் கல்லானது வட்டப்பரிதிக்குள் விழுந்தால் அதைத் வெற்றியாகவும், வட்டப்பரிதிக்கு வெளியே விழுந்தால் அதை தோல்வியாகவும் கருதப்படுகிறது. விளையாட்டில் வெற்றிகொள்வதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?



<u>தீர்வு</u>

மொத்த பரப்பளவு = **4** x **3** = **12** ச.அ

$\therefore n(S) = 12$

வெற்றி பெறும் பரப்பளவு = வட்டத்தின் பரப்பு = $\pi r^2 = \pi(1)^2$

$= \pi = 3.14$ ச.அ

அதாவது $n(A) = 3.14$

P(வெற்றி பெற) = $= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3.14}{12} = \frac{314}{1200} = \frac{157}{600}$

13. இரண்டு நுகர்வோர்கள் பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்கு சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு, (1) ஒரே நாளில் (2) வெவ்வேறு நாட்களில் (3) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $n(S) = 36$

(1) A என்பது இருவரும் ஒரே நாளில் பார்வையிடும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = {(தி, தி), (செ, செ), (பு, பு) , (வி,வி), (வெ, வெ)}

$n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(2) P(வெவ்வேறு நாட்களில் பார்வையிட) = $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

(3) C என்பது அடுத்தடுத்த நாட்களில் பார்வையின் நிகழ்ச்சி என்க.

C = {(தி,செ), (செ, பு), (பு, வி) , (வி,வெ), (வெ, ச), (செ, தி), (பு, செ), (வி, பு), (வெ, வி), (ச, வெ,)}

$n(C) = 10$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

14. ஒரு விளையாட்டிற்கான, நுழைவுக் கட்டணம் ரூ. 150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவர் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்துவிடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்த கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில், (i) இரண்டு மடங்காக (ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற (iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு, ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> S = {HHH, HHT, HTH, THH, TTT, TTH, THT, HTT}

$n(S) = 8$

(i) இரண்டு மடங்காக நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெற மூன்று தலை பெறவேண்டும்

A = மூன்று தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

A = {HHH}

n(A) = 1

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

(ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப்பெறஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் கிடைக்கப் பெற வேண்டும்

B = ஒன்று அல்லது இரண்டு தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

B = {TTH, THT, HTT, HHT, HTH, THH}

n(B) = 6

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

(iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு தலையே விழாமல் இருக்க வேண்டும்

C = தலையே விழாமல் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

C = {TTT}

n(C) = 1

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

EXAMPLE 8.27

நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டு கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கும்போது ஓர் இராசா அல்லது ஒரு இராணி கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?

தீர்வு மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை, n(S) = 52

A = இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

n(A) = 4 $P(A) = \frac{4}{52}$

B = இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

n(B) = 4 $P(B) = \frac{4}{52}$

இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்பதால்,

P(AUB) = P(A) + P(B)

எனவே, இராசா சீட்டு அல்லது இராணி சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது

$$= \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

EXAMPLE 8.28

இரண்டு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. இரண்டு முக மதிப்புகளும் சமமாக இருக்க அல்லது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க ?

தீர்வு n(S) = 36.

A – ஆனது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்புகள் மற்றும் B ஆனது இரண்டு பகடைகளின் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 – ஆக கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சிகள் என்க.

எனவே, A = {(1,1), (2,2), (3,3),(4,4),(5,5),(6,6)}; n(A) = 6, $P(A) = \frac{6}{36}$

B = {(1,3), (2,2),(3,1)} n(B) = 3, $P(B) = \frac{3}{36}$

ஆகவே, $A\cap B = \{(2,2)\}$, $n(A\cap B) = 1$

$P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{36}$

$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$$= \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவு $\frac{2}{9}$ஆகும்.

EXAMPLE 8.29

A மற்றும் B ஆகியவை $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ மற்றும் P(A மற்றும் B) = $\frac{1}{8}$ என இருக்குமாறு அமையும் இரண்டு நிகழ்ச்சிகள் எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) P(A அல்லது B), (ii) P(A- ம் இல்லை மற்றும் B –ம் இல்லை)

தீர்வு

(i) P(A அல்லது B) = $P(A\cup B)$

$= P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

$= P(A) + P(B) - P(A\cap B)$

P(A அல்லது B) = $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

(ii) P(A-ம் இல்லை மற்றும் B-ம் இல்லை) = $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B})$

$= 1 - P(A \cup B)$

P(A-ம் இல்லை மற்றும் B-ம் இல்லை) = $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

EXAMPLE 8.30

52 சீட்டுகள் கொண்ட சீட்டுக் கட்டிலிருந்து ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகின்றது. எடுத்த சீட்டு இராசா அல்லது ஹார்ட் அல்லது சிவப்பு நிறச் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை = **52** ; n(S) = 52.

Suits of playing cards	Spade	Heart	Clavor	Diamond
Cards of each suit	A	A	A	A
	2	2	2	2
	3	3	3	3
	4	4	4	4
	5	5	5	5
	6	6	6	6
	7	7	7	7
	8	8	8	8
	9	9	9	9
	10	10	10	10
	J	J	J	J
	Q	Q	Q	Q
	K	K	K	K
Set of playing cards	13	13	13	13

A ஆனது இராசா சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 4$; $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{52}$

B ஆனது ஹார்ட் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 13$; $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52}$

C ஆனது சிவப்பு சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(C) = 26$; $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{26}{52}$

$P(A\cap B) =$ P(ஹார்ட் மற்றும் இராசா சீட்டு கிடைக்க) = $\frac{1}{52}$

$P(B\cap C) =$ P(சிவப்பு நிற ஹார்ட் சீட்டு கிடைக்க) = $\frac{13}{52}$

$P(A\cap C) =$ P(சிவப்பு நிற இராசா சீட்டு கிடைக்க) = $\frac{2}{52}$

$P(A\cap B \cap C) =$P(ஹார்ட், இராசா சீட்டு சிவப்பு நிறத்தில் கிடைக்க) = $\frac{1}{52}$

எனவே, தேவையான நிகழ்தகவானது

$$P(A\cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A\cap B) - P(B\cap C) - P(A\cap C) + P(A\cap B \cap C)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} + \frac{26}{52} - \frac{1}{52} - \frac{13}{52} - \frac{2}{52} + \frac{1}{52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

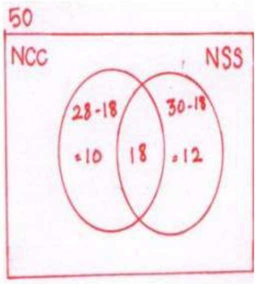
EXAMPLE 8.31

50 மாணவர்கள் உள்ள ஒரு வகுப்பில், 28 பேர்NCC- யிலும், 30 பேர் NSS – லும் மற்றும் 18 பேர் NCC மற்றும் NSS–லும் சேர்கிறார்கள். ஒரு மாணவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவர் (i) NCC- யில் இருந்து, ஆனால் NSS – ல் இல்லாமல் (ii) NSS- ல் இருந்து, ஆனால் NCC – ல் இல்லாமல் (iii) ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை n(S) = 50.

(i) A : NCC யில் சேர்ந்து NSS – யில் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$



(ii) B : NSS- ல் இருந்து, NCC – ல் சேராமல் உள்ள மாணவர்கள்

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$

(iii) C : ஒன்றே ஒன்றில் மட்டும் சேர்ந்து இருக்கும் மாணவர்கள்

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{10+12}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$

EXERCISE 8.4

1. A மற்றும் B ஆகியவை இரு நிகழ்ச்சிகள். மேலும், P(A) = 0.42, P(B) = 0.48 மற்றும் P(A∩B) = 0.16 எனில் (i) P(A இல்லை) (ii) P(B இல்லை)

தீர்வு

P(A) = **0.42**, P(B) = **0.48** மற்றும் $P(A\cap B)$ = **0.16.**

P(A இல்லை) = $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.42 = 0.58$

P(B இல்லை) = $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.48 = 0.52$

2. ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் A, B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள், மேலும் P(A இல்லை) = 0.45, $P(A \cup B)$ = 0.65 எனில் P(B) – ஐக் காண்க.

தீர்வு A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சி என்பதால் $P(A\cap B) = 0$ ஆகும்.

மேலும் P(A இல்லை) = 0.45 $P(\bar{A}) = 0.45$

$1 - P(A) = 0.45$

$1.00 - 0.45 = P(A)$

$\therefore P(A) = 0.55$

$P(A \cup B) = \mathbf{0.65}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$0.65 = 0.55 + P(B)$

$P(B) = 0.10$

3. நிகழ்ச்சி A- க்கான நிகழ்தகவு 0.5 மற்றும் B–க்கான நிகழ்தகவு 0.3. A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் எனில், A-ம், B–ம் நிகழாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு

P(A) = **0.5**, P(B) = **0.3**. A, B என்பன ஒன்றையொன்று விலக்கிய நிகழ்ச்சிகள் என்க.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.5 + 0.3 = 0.8$

P(A –யும் B- யும் நிகழாமல் இருக்க) = $P(\overline{A \cup B})$ **1 –** $P(A \cup B)$ = **1 – 0.8 = 0.2**

4. நன்கு கலைத்து அடுக்கிய 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது சிவப்பு இராசாவாக அல்லது கருப்பு இராணியாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u> $n(S) = 52$

A = சிவப்பு இராசா கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(A) = 2 \qquad P(A) = \frac{2}{52}$

B = கருப்பு இராணி கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 2 \qquad P(B) = \frac{2}{52}$

சிவப்பு இராசா அல்லது கருப்பு இராணியாக கிடைக்கும் நிகழ்தகவு

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{2}{52} + \frac{2}{52} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

EXERCISE 8.5

1. கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது தவறானது ?
   (1) $p(A) + P(\bar{A}) = 1$ (2) $P(\emptyset) = 0$ (3) $0 \le P(A) \le 1$ (4) $P(A) > 1$
2. P சிவப்பு, Q நீலம் மற்றும் R பச்சை நிறக் கூழாங்கற்கள் உள்ள ஒரு குடுவையில் இருந்து ஒரு சிவப்பு கூழாங்கல் எடுப்பதற்கான நிகழ்தகவானது.
   (1) $\frac{P+R}{P+Q+R}$ (2) $\frac{P+Q}{P+Q+R}$ (3) $\frac{P}{P+Q+R}$ (4) $\frac{Q}{P+Q+R}$
3. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7–ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
   (1) $\frac{3}{9}$ (2) $\frac{7}{9}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{7}{10}$
4. ஒரு நபருக்கு வேலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவானது $\frac{x}{3}$. வேலை கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{2}{3}$ எனில், x–யின் மதிப்பானது
   (1)1 (2) 1.5 (3) 2 (4)3
5. கமலம் குலுக்கல் போட்டியில் கலந்துகொண்டாள். அங்கு மொத்தம் 135 சீட்டுகள் விற்கப்பட்டன. கமலம் வெற்றி பெறுவதற்கான வாய்ப்பு $\frac{1}{9}$ எனில், கமலம் வாங்கிய சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை
   (1) 20 (2)15 (3)10 (4)5
6. ஆங்கில எழுத்துக்கள்(a,b,…,z) –யிலிருந்து ஓர் எழுத்து சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்வு செய்யப்படுகிறது. அந்த எழுத்து x–க்கு முந்தைய எழுத்துகளில் ஒன்றாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு ?
   (1) $\frac{1}{13}$ (2) $\frac{12}{13}$ (3) $\frac{3}{26}$ (4) $\frac{23}{26}$
7. ஒரு பணப்பையில் ரூ.2000 நோட்டுகள் 10–ம், ரூ.500 நோட்டுகள் 15–ம், ரூ.200 நோட்டுகள் 25–ம் உள்ளன. ஒரு நோட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகின்றது எனில், அந்த நோட்டு ரூ.500 நோட்டாவோ அல்லது ரூ.200 நோட்டாகவோ இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன ?
   (1)$\frac{4}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{1}{5}$

அரசு வினாத்தாள் செப்டம்பர் – 2021

பகுதி – 1

(1) இப்பிரிவில் உள்ள 14 வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும் **14 x 1 = 14**

(2) கொடுக்கப்பட்டுள்ள நான்கு மாற்று விடைகளில் மிகவும் சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதவும்.

1. n(AxB) = 6 மற்றும் A = {1,3} எனில் n(B)ஆனது
   (அ) 1 (ஆ) 2 (இ) 3 (ஈ) 6

2. 1729–ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும்போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்
   (அ) 1 (ஆ) 2 (C) 3 (D) 4

3. $F_1 = 1$, $F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது
   (அ) 3 (ஆ) 5 (C) 8 (D) 11

4. $\frac{256\, x^8 y^4 z^{10}}{25\, x^6 y^6 z^6}$–ன் வர்க்கமூலம்
   (1) $\frac{16}{5}\left|\frac{x^2z^4}{y^2}\right|$ (2) $\frac{16}{5}\left|\frac{xz^2}{y}\right|$ (3) $\frac{16}{5}\left|\frac{y^2}{x^2z^4}\right|$ (4) $\frac{16}{5}\left|\frac{y}{xz^2}\right|$

5. ஒரு நேரிய பல்லுறுப்புக் கோவையின் வரைபடம் ஒரு
   (2) பரவளையம் (2) அதிபரவளையம் (3) வட்டம் (4) நேர்கோடு

6. a^m, a^{m+1}, a^{m+2} ன் மீ.பொ.வ
   (A) a^m (B) a^{m+1} (C) a^{m+2} (D)1

7. ΔABC- யில் DE ∥ BC, AB = 3.6செ.மீ, AC=2.4செ.மீ மற்றும் AD=2.1செ.மீ எனில், AE–யின் நீளம்
   (1) 1.05 செ.மீ (2) 1.2 செ.மீ (3) 1.4 செ.மீ (4) 1.8 செ.மீ

8. வட்டத்தின் வெறிப்புறப் புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு எத்தனை தொடுகோடுகள் வரையலாம்?
   (2) பூஜ்ஜியம் (2) ஒன்று (3) இரண்டு (4) முடிவுற்ற எண்ணிக்கை(–5,0),

9. (0,–5) மற்றும் (5,0) ஆகிய புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு
   (2) 0 ச.அலகுகள் (2) 5 ச.அலகுகள் (3) 25 ச.அலகுகள் (4) எதுவுமில்லை

10. (0, 0), (1, 0) மற்றும் (0,1) என்ற புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் சுற்றளவு
   (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2 + \sqrt{2}$ (D) $2 - \sqrt{2}$

11. ஒரு கோபுரத்தின் உயரத்திற்கும், அதன் நிழலின் நீளத்திற்கும் உள்ள விகிதம் $\sqrt{3} : 1$, எனில் சூரியனைக் காணும் ஏற்றக்கோண அளவானது
   (1) 90° (2) 60° (3) 45° (4) 30°

12. ஆரம் 5 செ.மீ மற்றும் சாயுயரம் 13 செ.மீ உடைய நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரம்
   (1) 5 செ.மீ (2) 10 செ.மீ (3) 12 செ.மீ (4) 13 செ.மீ

13. ஓர் அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் பரப்பு அதன் ஆரத்தினுடைய வர்க்கத்தின் –––– மடங்காகும்.
   (1) 4π (2) 3π (3) 2π (4) π

14. ஒரு புத்தகத்திலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பக்கம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பக்க எண்ணின் ஒன்றாம் இட மதிப்பானது 7–ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
   (1) $\frac{3}{9}$ (2) $\frac{7}{9}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{7}{10}$

பகுதி – 2

10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 28 –க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும் 10x2 = 20

15. A = {1,3,5}, B = {2,3} எனில் $n(A\times B) = n(B\times A) = n(A)\times n(B)$ எனக் காட்டுக.

16. A={1,2,3,4,...,45}மற்றும் R என்ற உறவு "A – யின் மீது, ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால் R –ஐ A x A – யின் உட்கணமாக எழுதுக. மேலும் R-க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.

17. 3,6,9,12...111 என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையி ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

18. **3** + k, 18 – k, 5k + 1 என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில், k–யின் மதிப்புக் காண்க.

19. மூலங்களின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கற்பலன் -9 மற்றும் 20 எனில், இருபடிச் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

20. $15x^2 + 11x + 2 = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மையைக் காண்க.

21. ΔABC –யின் பக்கங்கள் AB மற்றும் AC – யின் மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே D மற்றும் E. ஆனது DE|| BC என்றவாறு அமைந்துள்ளது. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$ மற்றும் AC = 15 செ.மீ எனில், AE – யின் மதிப்பு காண்க.

22. (-3, -4), (7, 2) மற்றும் (12, 5) ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோடமைந்தவை எனக் காட்டுக.

23. 8x – 7y + 6 = 0 என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y வெட்டுத்துண்டு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக.

24. 3x – 2y – 6 = 0 என்ற நேர்க்கோடு ஆய அச்சுகளின் மேல் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

25. $10\sqrt{3}$ மீ. உயரமுள்ள கோபுரத்தி ன்அடியிலிருந்து **30** மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க.

26. உயரம் **2** மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு **250** ச. மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கனஅளவைக் காண்க.

27. ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலைக் கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

28. இரு நேர்வட்டக் கூம்பின் உயரங்களின் விகிதம் 1 : 2 மற்றும் அவற்றின் அடிப்பக்கச் சுற்றளவின் விகிதம் 3: 4 எனில், அவற்றின் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

பகுதி – 3

10 வினாக்களுக்கு விடையளிக்க. வினா எண் 42–க்கு கட்டாயமாக விடையளிக்கவும் 10x5 = 50

29. $A = \{x \in W \,/\, x < 2\}$, $B = \{x \in N \,/\, 1 < x \leq 4\}$ மற்றும் C = {3,5} எனில், $A \times (B\cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதனைச் சரிபார்க்கவும்.

30. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் **27** மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் **288** எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

31. 396,504,636 ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க

32. தீர்க்க : x + y + z = 5, 2x – y + z = 9, x – 2y + 3z = 16

33. $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க.

34. பிதாகரஸ் தேற்றத்தை எழுதி, நிறுவுக.

35. ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் எனக் காட்டுக.

36. $A(6,2)$, B(-5, -1) மற்றும் C(1,9) –ஐ முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC யின் முனை A யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

37. P(-1, -4), Q(b,c) மற்றும் R(5, -1) என்பன ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும் புள்ளிகள் என்க. மேலும், 2b + c = 4 எனில், bமற்றும் c−யின் மதிப்பு காண்க.

38. இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே **30°** மற்றும் **45°** ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் **200** மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. **(**$\sqrt{3} = 1.732$**)**

39. **45** செ.மீ உயரமுள்ள ஓர் இடைக்கண்டத்தின் இருபுற ஆரங்கள் முறையே **28** செ.மீ, **7** செ.மீ எனில் இடைக்கண்டத்தின் கன அளவைக் காண்க.

40. ஓர் உருளையின் மீது ஓர் அரைக்கோளம் இணைந்தவாறு உளள ஒரு பொம்மையின் மொத்த உயரம் **25** செ.மீ ஆகும். அதன் விட்டம் **12** செ.மீ எனில், பொம்மையின் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்க.

41. ஒரு பையில் **5** நீல நிறப்பந்துகளும், **4** பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

42. சமன்பாடு $(1 + m^2)x^2 + 2mcx + c^2 - a^2 = 0$ ன் மூலங்கள் சமம் எனில் $c^2 = a^2\ (1 + m^2)$

<u>பகுதி – 4</u>

<u>கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்</u> **2 x 8 = 16**

43. PQ = 4.5 செ.மீ, $\angle R =$ **35°** மற்றும் உச்சி R –யிலிருந்து வரையப்பட்ட நடுக்கோட்டின் நீளம் RG=6 செ.மீ என அமையுமாறு Δ PQR வரைக.

(அல்லது)

6 செ.மீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து **8** செ.மீ தொலைவில் என்ற P புள்ளியை குறிக்கவும். அப்புள்ளியிலிருந்து PA மற்றும் PB என்ற இரு தொடுகோடுகள் வரைந்து அவற்றின் நீளங்களை அளவிடுக.

44. $x^2 + x - 12 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைந்து, தீர்வின் தன்மையைக் கூறுக. **(அல்லது)**
$y = x^2 + 3x - 4$ யின் வரைபடம் வரைந்து, அதனைப் பயன்படுத்தி $x^2 + 3x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்கவும்.

******