

Class/வகுப்பு-12 Subject/பாடம்: Mathematics/கணிதவியல்

Max Marks:50

Chapter-2/அத்தியாயம்-2

Complex Numbers / கலப்பெண்கள்

Answer the all the questions:

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்க:

1). Simplify  $\sum_{n=1}^{102} i^n$  (2-M)

கருக்குக:  $\sum_{n=1}^{102} i^n$

2). Find the square root of  $(-7+24i)$  (2-M)

$(-7+24i)$  -ன் வர்க்கமூலம் காண்க

3). Show that the equation  $z^3 + 2\bar{z} = 0$  has five solutions. (3-M)

$z^3 + 2\bar{z} = 0$  என்ற சமன்பாட்டிற்கு 5 தீர்வுகள் இருக்கும் என நிறுவுக.

4). Find  $z^{-1}$ , if  $z = (2 + 3i)(1 - i)$  (3-M)

$z = (2 + 3i)(1 - i)$  எனில்  $z^{-1}$ -ஐ காண்க

5). If  $z=x+iy$  is a complex number such that  $Im\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ , show that the locus of  $z$  is  $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$  (5-M)

$z = x + iy$  என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண்  $Im\left[\frac{2z+1}{iz+1}\right]$  எனுமாறு

அமைந்தால்  $z$  -ன் நியமப்பாதை  $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$  எனக்காட்டுக.

6). Show that the points  $1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , and  $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$  are the vertices of an equilateral triangle. (3-M)

$1, \frac{-1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ , மற்றும்  $\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$  என்ற புள்ளிகள் ஒரு சமபக்க

முக்கோணத்தின் முனைப்புள்ளிகளாக அமையும் என நிறுவுக.

7). Show that  $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$  is purely imaginary. (5-M)

$\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$  என்பது ஒரு முழுவதும் கற்பனைஎண் நிறுவுக.

8). Show that  $(2 + i\sqrt{3})^{10} + (2 - i\sqrt{3})^{10}$  is real. (2-M)

$(2 + i\sqrt{3})^{10} + (2 - i\sqrt{3})^{10}$  ஒரு மெய் எண் என நிறுவுக.

9). Simplify  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ , into rectangular form. (2-M)

$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$  -ஐ செவ்வக வடிவில் எழுதுக.

10). If  $z_1, z_2$  and  $z_3$  are complex numbers such that

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_1 + z_2 + z_3| = 1 \text{ find the value of } \left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| = 1 \quad (3-M)$$

$z_1, z_2$  மற்றும்  $z_3$  என்ற மூன்று கலப்பெண்கள்  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_1 + z_2 + z_3| = 1$  என்றவாறு உள்ளது எனில்  $\left| \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \right| = 1$  என நிறுவுக.

11). If  $z_1 = 2 - i$  and  $z_2 = -4 + 3i$ , find the inverse of  $z_1 z_2$  and  $\frac{z_1}{z_2}$  (3-M)

$z_1 = 2 - i$  மற்றும்  $z_2 = -4 + 3i$  எனில்;  $z_1 z_2$  மற;  $\frac{z_1}{z_2}$  நேர்மாறைக் காண்க

12). Find the modulus of  $\frac{2i}{3+4i}$  (2-M)

$\frac{2i}{3+4i}$  என்ற கலப்பெண்ணின் மட்டு மதிப்பு காண்க.

13) Find the locus of a complex number  $z = x + iy$  satisfying  $\left| \frac{z-5i}{z+5i} \right| = 1$  (5-M)

$z = x + iy$  என்ற ஏதேனும் ஒரு கலப்பெண்  $\left| \frac{z-5i}{z+5i} \right| = 1$  எனில் எனுமாறு அமைந்தால்  $z$  -ன் நியமப்பாதை எனக்காட்டுக.

14) Let  $z_1, z_2$  and  $z_3$  be complex numbers such that  $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$  and  $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$  Prove that  $|9z_1 z_2 + 4z_1 z_3 + z_2 z_3| = 6$  (5-M)

$z_1, z_2$  மற்றும்  $z_3$  என்ற மூன்று கலப்பெண்கள்  $|z_1| = 1, |z_2| = 2, |z_3| = 3$  மற்றும்  $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$  என்றவாறு உள்ளது எனில்  $|9z_1 z_2 + 4z_1 z_3 + z_2 z_3| = 6$  என நிறுவுக.

15) Let  $z_1, z_2$  and  $z_3$  be complex numbers such that  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = r > 0$  and  $|z_1 + z_2 + z_3| = r$  Prove that  $\left| \frac{9z_1 z_2 + 4z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right| = r$  (5-M)

$z_1, z_2$  மற்றும்  $z_3$  என்ற மூன்று கலப்பெண்கள்  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = r > 0$  மற்றும்  $|z_1 + z_2 + z_3| = r$  என்றவாறு உள்ளது எனில்  $\left| \frac{9z_1 z_2 + 4z_1 z_3 + z_2 z_3}{z_1 + z_2 + z_3} \right| = r$  என நிறுவுக